

საქართველოს ტექნიკური
უნივერსიტეტი

შესავალი კლასიკურ ფიზიკაში I

ლექციების კურსი „ჰიუ დ. იანგი,
როჯერ ა. ფრიდმანი“-ის მიხედვით

ნიადაგისა და წყლის რესურსების
ინჟინერიის სპეციალობის 1-ლი კურსის
სტუდენტებისათვის

2015

სარჩევი

შესავალი.....	6
მექანიკა.....	7
კინემატიკა.....	7
1. ფიზიკური სიდიდეები და ერთეულები, ვექტორები.....	7
1.1. ფიზიკური სიდიდეები და ერთეულები.....	7
1.2. გაზომვების სიზუსტის შეფასება.....	8
1.3. ვექტორები.....	8
2. ერთგანზომილებიანი მოძრაობა ანუ მოძრაობა წრფის გასწვრივ.....	13
2.1. ნივთიერი წერტილი, გადაადგილება, დრო, საშუალო სიჩქარე.....	13
2.2. მყისი სიჩქარე.....	13
2.3. საშუალო და მყისი აჩქარება.....	14
2.4. მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით – თანაბარაჩქარებული მოძრაობა.....	16
2.5. მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით – სხეულთა თავისუფალი ვარდნა.....	16
2.6. მოძრაობა ცვალებადი აჩქარებით.....	17
3. ორგანზომილებიანი მოძრაობა.....	18
3.1. რადიუს-ვექტორი და სიჩქარე.....	18
3.2. აჩქარება.....	19
3.3. აჩქარების მხებითი და მართობული მდგენელები.....	20
3.4. ორგანზომილებიანი მოძრაობა (x, y-სიბრტყეზე).....	20
3.5. მოძრაობა წრეწირზე.....	21
3.6. ფარდობითი მოძრაობა.....	22
დინამიკა.....	23
4. ნიუტონის კანონები.....	23
4.1. ძალა და ურთიერთქმედება.....	23
4.2. ნიუტონის პირველი კანონი.....	24
4.3. ნიუტონის მეორე კანონი.....	25
4.4. მასა და წონა.....	26
4.5. ნიუტონის მესამე კანონი.....	26
4.6. თავისუფალი სხეულის დიაგრამები.....	27
5. ნიუტონის კანონების გამოყენება.....	27
5.1. ნიუტონის პირველი კანონის გამოყენება: სხეულები წონასწორულ მდგომარეობაში.....	27

5.2. ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენება: სხეულების დინამიკა.....	28
5.3. ხახუნის ძალები.....	29
5.4. ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკა.....	30
5.5. ბუნების ფუნდამენტური/ძირითადი ძალები	30
მუშაობა, ენერგია, შენახვის კანონები	32
6. მუშაობა და კინეტიკური ენერგია.....	32
6.1. მუშაობა	32
6.2. კინეტიკური ენერგია, მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა, ცვლადი ძალები .	33
6.3. მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა მრუდწირული მოძრაობისას	34
6.4. სიმძლავრე	35
7. პოტენციური ენერგია და ენერგიის შენახვის კანონი.....	36
7.1. დრეკადდეფორმირებული სხეულის (დრეკადობის) პოტენციური ენერგია.....	36
7.2. გრავიტაციული (მსოფლიო მიზიდულობის) პოტენციური ენერგია	37
7.3. ენერგიის შენახვის (მუდმივობის) კანონი	39
7.4. ძალა და პოტენციური ენერგია.....	41
7.5. ენერგიის დიაგრამები.....	43
8. იმპულსი. იმპულსის შენახვის კანონი	45
8.1. სხეულისა და ძალის იმპულსები	45
8.2. იმპულსის შენახვის (მუდმივობის) კანონი	48
8.3. იმპულსის/ენერგიის შენახვა და შეჯახებები	49
8.4. მასათა/სიმძიმის ცენტრი	50
8.5. რეაქტიული მოძრაობა	51
მყარი სხეულების ბრუნვითი მოძრაობა.....	54
9. მყარი სხეულების ბრუნვა.....	54
9.1. კუთხური სიჩქარე და აჩქარება	54
9.2. კავშირი წირითსა და კუთხურ სიდიდეებს შორის.....	56
9.3. ბრუნვითი მოძრაობის ენერგია, ინერციის მომენტი.....	57
9.4. ინერციის მომენტის ზოგადი გამოსახულება	58
9.5. პარალელური ღერძების (შტაინერის) თეორემა.....	59
10. ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკა.....	60
10.1. მყარ სხეულზე მოქმედი ძალის მომენტი	60
10.2. მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის ძირითადი განტოლება.....	60
10.3. მუშაობა და სიმძლავრე მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობისას	61

10.4. იმპულსის მომენტი (კუთხური იმპულსი) და მისი შენახვის კანონი	62
სხეულთა წონასწორობის პირობები	64
11. წონასწორობა და დრეკადობა	64
11.1. წონასწორობის პირობები	64
11.2. სიმძიმის ცენტრი	65
11.3. ძაბვა, გაჭიმვა და დრეკადობის/იუნგის მოდული	66
11.4. დრეკადობა და პლასტიურობა	69
სითხეებისა და აირების მექანიკა.....	71
12. სითხეების/აირების სტატიკა და დინამიკა	71
12.1. სიმკვრივე.....	71
12.2. სითხის/აირის წნევა	72
12.3. სხეულთა ცურვის პირობები. არქიმედეს კანონი	73
12.4. სითხის/აირის ნაკადი.....	75
12.5. ბერნულის განტოლება.....	77
13. მსოფლიო მიზიდულობა/გრავიტაცია	79
13.1 ნიუტონის მსოფლიო მიზიდულობის კანონი	79
13.2. სხეულის წონა	80
13.3. სიმძიმის ძალის პოტენციური ენერგია.....	80
რხევები და ტალღები.....	82
14. მექანიკური რხევები	82
14.1. რხევის აღწერა, მახასიათებლები	82
14.2. ჰარმონიული რხევა.....	83
14.3. ჰარმონიული რხევის სიჩქარე, აჩქარება და ენერგია.....	85
14.4. კუთხური ჰარმონიული რხევა.....	86
14.5. მათემატიკური ქანქარა.....	87
14.6. ფიზიკური ქანქარა	88
14.7. მიღვეადი რხევა	89
14.8. იძულებითი რხევა, რეზონანსი	91
15. მექანიკური ტალღები.....	92
15.1. მექანიკური ტალღების სახეები	92
15.2. პერიოდული ტალღები	93
15.3. ტალღური განტოლება	94
15.4. ტალღების ინტერფერენცია და დიფრაქცია. მდგარი ტალღები	96

15.5. ტალღის ენერგია.....	97
16. ზგერა.....	98
16.1. ზგერთი ტალღები.....	98
16.2. ზგერის სიჩქარე	100
16.3. ზგერის ინტენსიობა.....	100
16.4. ზგერის ხმამაღლობა და ტონის სიმაღლე.....	101
16.5. ზგერის პულსირება	101
16.6. დოპლერის ეფექტი	103
სითბური მოვლენები	106
17. ტემპერატურა და სითბო.....	106
17.1. ტემპერატურა და თერმული წონასწორობა	106
17.2. თერმომეტრები და ტემპერატურული სკალა	107
17.3. აიროვანი თერმომეტრი და კელვინის სკალა.....	108
17.4. თერმული/სითბური გაფართოება	109
17.5. სითბოს რაოდენობა	111
17.6. ფაზური გარდაქმნები.....	112
17.7. სითბოს გადაცემის მექანიზმები	113
18. ნივთიერების სითბური თვისებები	116
18.1. მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი დებულებები	116
18.2. იდეალური აირის კანონები (იზოპროცესები).....	117
18.3. იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლება	118
18.4. მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი განტოლება	120
18.5. მოლეკულების განაწილება სიჩქარის მიხედვით (მაქსველის განაწილება). თავისუფალი განარბენის სიგრძე.....	121
18.6. რეალური აირები. ვან-დერ-ვაალსის განტოლება.....	122
18.7. რეალური აირების იზოთერმები.....	123
18.8. სითბოტევადობა.....	124
19. შინაგანი ენერგია. თერმოდინამიკის პირველი კანონი	126
19.1. თერმოდინამიკური სისტემა, თერმოდინამიკური პროცესი	126
19.2. სითბოს რაოდენობა. შინაგანი ენერგია. თერმოდინამიკის პირველი კანონი	126
19.3. აირის მოცულობის ცვლილებისას შესრულებული მუშაობა	127
19.4. სითბოტევადობა. კუთრი სითბოტევადობა. აირის უნივერსალური მუდმივა.....	128
19.5. თერმული პროცესები.....	130

20. თერმოდინამიკის მეორე კანონი	132
20.1. შექცევადი და შეუქცევადი თერმოდინამიკური პროცესები	132
20.2. სითბური მანქანები/ძრავები	133
20.3. თერმოდინამიკის მეორე კანონი. ენტროპია	135

შესავალი

ფიზიკა არის ერთერთი ფუნდამენტური მეცნიერება. ყველა სამეცნიერო მიმართულების მეცნიერები იყენებენ ფიზიკის იდეებს თავის საქმიანობასა თუ ქვლევებში. ფიზიკა ასევე ყველა საინჟინრო და ტექნოლოგიური განხრის საფუძველია.

ფიზიკის სწავლა ჰგავს მძაფრსიუჟეტის თავედასავალს. ის გამომწვევია, ზოგჯერ იმედებს გიცრუებს, დროდადრო მტკივნეულიცაა, მაგრამ, ამავდროულად, შეიძლება მდიდრულად დაგაჯილდოვოს. თუ თქვენ ოდესმე გიფიქრიათ, რატომ არის ცა ცისფერი, როგორ შეუძლია რადიოტალღებს ცარიელ სივრცეში გადაადგილება, ან როგორ ჩერდება თანამგზავრი ორბიტაზე, ამ ყველაფერზე პასუხს ფუნდამენტური ფიზიკა გასცემს.

პირველ, საწყის თავში, ჩვენ გავივლით ზოგიერთ მნიშვნელოვან წინასწარ საკითხს, რომლების ცოდნა გამოგვადგება შემდომში. ჩვენ ვიმსჯელებთ ფიზიკის თეორიის ბუნებაზე, და იდეალიზებული მოდელების გამოყენებაზე ფიზიკური სისტემების განსაზღვრისას. ჩვენ შემოვიღებთ ერთეულთა სისტემებს ფიზიკური სიდიდეების აღსაწერად და დავსახავთ რიცხვითი შედეგების სიზუსტის ზრდის გზებს. ჩვენ ასევე მოვიყვანთ იმ ამოცანების მაგალითებს, რომლების ზუსტი პასუხის მიღება ან გართულებულია ან ამის პირობები არ არსებობს, თუმცა მათი უხეში/მიახლოებითი შეფასება სასარგებლოა და საინტერესო. აქვე განიხილება ვექტორული და სკალარული სიდიდეები და ვექტორული ალგებრის საწყისები და ზოგიერთი ელემენტი, რადგან ეს უმნიშვნელოვანესია მრავალი ფიზიკური სიდიდისა და მოვლენის აღწერისთვის.

ფიზიკა ექსპერიმენტული/ცდისეული მეცნიერებაა. ფიზიკოსები განიხილავენ ბუნების ფიზიკურ მოვლენებს და ცდილობენ ამ მოვლენების ფიზიკური სურათის შექმნას. ამ სურათებს ფიზიკური თეორიები ეწოდება, და თუ ისინი კარგად შესწავლილია, დამუშავებული და ფართოდ გამოიყენება ყოველდღიურ საქმიანობაში, მაშინ ეს არის ფიზიკის კანონები, წესები და პრინციპები.

სწავლის გაზრკვეულ ეტაპზე ჩნდება შეკითხვა – როგორ უნდა ამოიხსნას ესა თუ ის ამოცანა. წარმოდგენილი სახელმძღვანელოს თითოეულ თავში მოყვანილია ე.წ. *ამოცანის ამოხსნის გეგმა*, რომელიც სთავაზობს განხილული საკითხის გარშემო აღძრული ამოცანების დასმისა და ამოხსნის ზუსტ და ეფექტურ ხერხებს.

სხვადასხვა ამოცანების ამოსახსნელად, ცხადია, გამოიყენება სხვადასხვა ხერხები. მაგრამ, ამოცანების განსხვავების მიუხედავად, არსებობს გარკვეული, საერთო, ძირეული მიმართულება, რომელსაც უნდა გაყვეთ ამოცანის ამოხსნისას. ეს მიმართულება ჩვენ პირობითად, ოთხ საფეხურად დავყავით, ეს არის: *მოვლენის განსაზღვრა, ამოცანის დასმა, შესრულება და შეფასება*.

ფიზიკაში მრავალი მოვლენის შესწავლისას გამოიყენება ამ მოვლენის გამარტივებული, ხშირად კი იდეალიზებული მოდელი, რომლის ძირფესვიანი შესწავლის შემდეგ გაცილებით მარტივია უკვე რეალური, ყოველდღიური ვითარების შესწავლა და აღწერა. ეს ხერხი მეტად ეფექტურია, ამარტივებს მოვლენის შესწავლას და, ამიტომ, ფართოდ გამოიყენება როგორც ფიზიკაში, ისე სხვა ფუნდამენტურ და არა მარტო მეცნიერებებში.

მექანიკა კინემატიკა

1. ფიზიკური სიდიდეები და ერთეულები, ვექტორები

1.1. ფიზიკური სიდიდეები და ერთეულები

როგორც ადრე ავღნიშნეთ, ფიზიკა ექსპერიმენტული/ცდისეული მეცნიერებაა. ცდების ჩატარებისას ხორციელდება გაზომვები და ჩვენ ზოგადად ვიყენებთ რიცხვებს გაზომვების შედეგების აღსაწერად.

- ნებისმიერ რიცხვს, რომელიც რაოდენობრივად აღწერს ფიზიკურ მოვლენას, *ფიზიკური სიდიდე ეწოდება*.

მაგალითად, ჩვენ აღვიწერებთ ორი ფიზიკური სიდიდით – *წონითა* და *სიმაღლით*. არსებობს ძირითადი სიდიდეები, რომლებსაც უშუალოდ ზომავენ შესაბამისი ხელსაწყოებით, და *შედგენილი სიდიდეები*, რომლებიც შედგება ძირითადებისგან და გამოითვლება ფორმულებით. მაგალითად, გავლილი მანძილი ანუ მოძრაობის ტრაექტორიის სიგრძე (l) და შესაბამისი დრო (t) იზომება ხელსაწყოებით (სახაზავითა და წამზომით), ხოლო მოძრაობის საშუალო სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით $v = l/t$.

ფიზიკური სიდიდის გაზომვისას ჩვენ ყოველთვის ვადადებთ მას რაღაც საზომს, ნიმუშს, რომელსაც ამ სიდიდის *ერთეულს* უწოდებენ. მანძილის ერთეულია *მეტრი*, დროის – *წამი* და ა.შ. მსოფლიოში შემოღებულია ერთიანი, სახელად „მეტრული“ ერთეულთა სისტემა, რომელსაც იყენებს ყველა მეცნიერი და ინჟინერი. ის შემოიღეს 1960 წელს ფრანგულ ერთეულთა სისტემაზე დაყრდნობით და მას ოფიციალურად *SI* სისტემა დაერქვა (აბრევიატურა მისი ფრანგული დასახელებიდან – *Système International*). თანდათან მკითხველი გაეცნობა ყველა იმ სიდიდის ერთეულს, რომლებიც შემოვა ამა, თუ იმ ფიზიკური მოვლენის განხილვისას. ამჟამად კი განვსაზღვროთ სამი უმნიშვნელოვანესი ერთეული – გავლილი მანძილის, *მეტრი (მ)*, დროის, *წამი (წმ)* და სხეულის მასის, *კილოგრამი (კგ)*.

- *წამის* უკანასკნელი, ყველაზე ზუსტი განსაზღვრა თარიღდება 1967 წლით და ეფუძნება ატომურ საათს, რომელიც იყენებს ენერგიის სხვაობას ცეზიუმის ატომის ორ უდაბლეს ენერგეტიკულ მდგომარეობას შორის. სათანადო სიხშირის მიკროტალღებით დასხივების შედეგად ცეზიუმის ატომი გადადის ერთი ასეთი მდგომარეობიდან მეორეში. *წამი* განისაზღვრება, როგორც ამ მიკროტალღოვანი გამოსხივების 9 192 631 770 ციკლის დრო.
- 1983 წლის ნოემბერში *მეტრი* განისაზღვრა, როგორც მანძილი, რომელსაც გადის სინათლის სხივი ვაკუუმში $1/299\,792\,458$ წამში.
- *კილოგრამი* განისაზღვრება, როგორც პლატინა-ირიდიუმის შენაძნობისგან დამზადებული ცილინდრის (ეტალონი) მასა, რომელიც ინახება წონისა და ზომების საერთაშორისო ბიუროში საფრანგეთის ქ. სევრში, პარიზის მახლობლად.

თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ ხშირად გამოიყენება ე.წ. სისტემგარეშე ერთეულები, რომლებიც ამა, თუ იმ კონკრეტულ შემთხვევაში, უფრო მოსახერხებელია, ვიდრე SI სისტემის ერთეულები, მაგალითად, დიდი სხეულების მასის განსაზღვრისას გამოიყენება ტონა, რომელიც 1 000 კგ შეადგენს, დიდ მანძილებს ზომავენ კილომეტრებით, ერთი კილომეტრი 1 000 მ-ს უდრის, დროს ზომავენ საათებით (1 სთ = 3 600 წმ) და მრავალი სხვა.

1.2. გაზომვების სიზუსტის შეფასება

გაზომვებს ხშირად თან ახლავს განუსაზღვრელობა ანუ გარკვეული უზუსტობა. რაც უფრო ზუსტია საზომი ხელსაწყო, მით ნაკლებია გაზომვების უზუსტობა ან ცდომილება. განასხვავებენ *აბსოლუტურსა* და *ფარდობით* ან *პროცენტულ* ცდომილებებს.

აბსოლუტური ცდომილება განისაზღვრება, როგორც გაზომილი სიდიდის საშუალო არითმეტიკულისა და ერთერთი გაზომვის დროს მიღებული შედეგის სხვაობა (მოდულში) $\Delta x_i = |\bar{x} - x_i|$. ეს ნიშნავს, რომ სიდიდის გაზომვისას მიღებული შედეგები მისაღებია, თუ ისინი აკმაყოფილებს შემდეგ გამოსახულებას: $x_i = \bar{x} \pm \Delta x_i$.

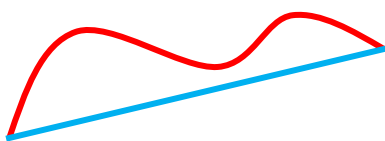
ფარდობითი/პროცენტული ცდომილება განისაზღვრება გაზომილი სიდიდის აბსოლუტური ცდომილების საშუალო არითმეტიკულის ფარდობით მისი მნიშვნელობის საშუალო არითმეტიკულთან

$$\delta x = \frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

ცხადია, რომ აბსოლუტური ცდომილება გაცილებით ნაკლები უნდა იყოს თვით გაზომილი სიდიდის მნიშვნელობაზე ($\Delta x_i \ll x_i$), ხოლო ფარდობითი ცდომილება იშვიათად თუ შეიძლება აღემატებოდეს 1%-ს.

1.3. ვექტორები

ზოგი ფიზიკური სიდიდე, მაგალითად, დრო, ტემპერატურა, მასა და სიმკვრივე, სრულად განისაზღვრება რიცხვითა და ერთეულით. ასეთ სიდიდეებს **სკალარებს** უწოდებენ. მაგრამ მრავალ სხვა ფიზიკურ სიდიდეს უკავშირდება გარკვეული მიმართულება და მათ დასახასიათებლად მხოლოდ რიცხვითი მნიშვნელობა საკმარისი არ არის. ასეთ სიდიდეებს მიეკუთვნება სიჩქარე, გადაადგილება, აჩქარება, ძალა და სხვა. ასეთ სიდიდეებს **ვექტორები** ეწოდება და მათ აქვთ როგორც რიცხვითი მნიშვნელობა (მოდული) , ისე მიმართულება. სახელმძღვანელოებში ვექტორები აღინიშნება გამუქებული, დახრილი სიმბოლოებით და მათ თავზე დასმული ისრით (\vec{A}). ვექტორი ყოველთვის იხაზება ისრიანი წრფით (ისარი მის წვეროზეა განლაგებული). უმარტივეს ვექტორად ფიზიკაში ითვლება **გადაადგილება** – *წრფის მიმართული მონაკვეთი, რომელიც სხეულის საწყის მდებარეობას აერთებს მის ნებისმიერ მომდევნო მდებარეობასთან*, ხოლო იმ წირს, რომლის გასწვრივაც სხეული სინამდვილეში მოძრაობს, **ტრაექტორია** ეწოდება. ტრაექტორიის რიცხვითი გამოსახვა წარმოადგენს სხეულის მიერ **გავლილ მანძილს**.



სურ. 1.1. გადაადგილება და ტრაექტორია

თუ ორ ვექტორს ერთი და იგივე მიმართულება აქვს, ისინი **ურთიერთპარალელურია**. თუ მათ ერთნაირი მოდული და ერთი და იგივე

მიმართულება აქვს, ისინი **ტოლებია**, მათი სივრცეში ადგილმდებარეობის მიუხედავად. არჩეული ვექტორის უარყოფით ვექტორად აღიქმება ვექტორი იგივე მოდულითა და საპირისპირო მიმართულებით. ჩვეულებრივად ვექტორის მოდული იწერება იგივე სიმბოლოთი, ოღონდ მკრთალით და/ან თავზე ისრის გარეშე:

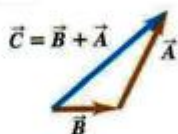
$$(\vec{A} \text{ ვექტორის მოდული}) = A = |\vec{A}| \quad (1.1)$$

გაითვალისწინეთ, რომ ვექტორი ვერასდროს გაუტოლდება სკალარს, რადგან ისინი სხვადასხვა სახის სიდიდეებია.

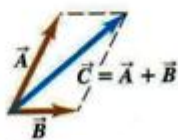
ვექტორების შეკრება და გამოკლება



ა)



ბ)



გ)

წარმოვიდგინოთ ნაწილაკი, რომელიც ჯერ ასრულებს \vec{A} გადაადგილებას, შემდეგ კი \vec{B} -ს. შედეგი იგივე იქნება, თუ ნაწილაკი დაიწყებს იგივე წერტილიდან მოძრაობას და შეასრულებს \vec{C} გადაადგილებას (სურ. 1.2ა). \vec{C} გადაადგილებას ეწოდება \vec{A} და \vec{B} ვექტორების **ჯამი** ან **ჯამური ვექტორი**

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}. \quad (1.2)$$

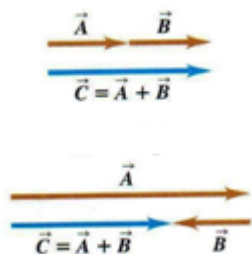
ამ ვექტორების გადანაცვლებით ჩვენ იგივე შედეგს მივიღებთ (სურ. 1.2ბ):

$$\vec{C} = \vec{B} + \vec{A} \text{ და } \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}. \quad (1.3)$$

ეს ნიშნავს, რომ ვექტორების შეკრებაში რიგს მნიშვნელობა არ აქვს, ანუ ვექტორული შეკრება ემორჩილება გადანაცვლების კანონს.

სურ. 1.2. ვექტორების შეკრება

მეორე ხერხი: \vec{A} და \vec{B} ვექტორების სათავეებს უთავსებთ ერთმანეთს, მათი ბოლოებიდან ვავლებთ წრფეებს და მიღებული პარალელოგრამის დიდი დიაგონალი იქნება ჯამური ვექტორი \vec{C} .

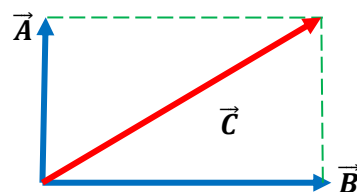


სურ. 1.3ა, ბ. ურთიერთ პარალელური ვექტორების შეკრება

მოდულების ჯამის ტოლია $C = A + B$, თუ ისინი ანტიპარალელურია (სურ. 1.3ბ), მაშინ ჯამური ვექტორის მოდული მათი მოდულების სხვაობის ტოლია $C = A - B$, ხოლო თუ ეს ვექტორები ურთიერთმართობულია (სურ. 1.3გ), მაშინ ჯამუ-

აქვე ავღნიშნოთ, რომ ზოგადად ჯამური ვექტორის მოდული არ უდრის ცალკეული ვექტორების ჯამს, მისი მნიშვნელობა დამოკიდებულია ამ ვექტორების მოდულებსა და მათ შორის კუთხეზე. ყველაზე ხშირად განიხილება სამი შემთხვევა:

თუ ვექტორები პარალელურია (სურ. 1.3ა), მაშინ ჯამური ვექტორის მოდული ნამდვილად მათი

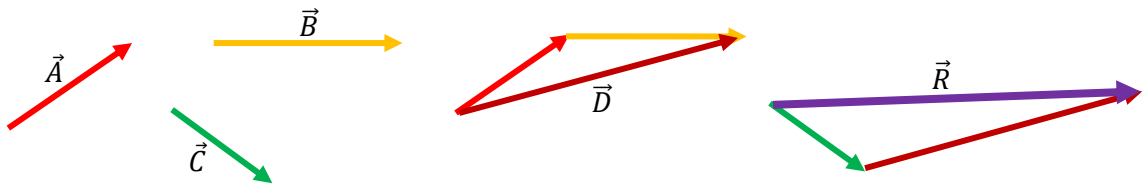


სურ. 1.3გ. ურთიერთმართობული ვექტორების შეკრება

რი ვექტორის მოდული გამოითვლება პითაგორას თეორემის გამოყენებით

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

როდესაც საჭიროა ორზე მეტი ვექტორის შეკრება, თავიდან ჩვენ ვექტორულად ვკრებთ ორ ვექტორს, შემდეგ მიღებულ ჯამურ ვექტორს ასევე ვექტორულად ვუმატებთ მესამეს და ა.შ. სურათ 1.13a,b-ზე ნაჩვენებია სამი \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} ვექტორის შეკრება. თავიდან ვკრიბავთ \vec{A} და \vec{B} ვექტორებს ჯამური \vec{D} ვექტორის მისაღებად, შემდეგ კი იგივე ხერხით ვკრი-



სურ. 1.4. სამი ვექტორის შეკრება

ბავთ \vec{D} და \vec{C} ვექტორებს და ვღებულობთ საბოლოო ჯამურ \vec{R} ვექტორს:

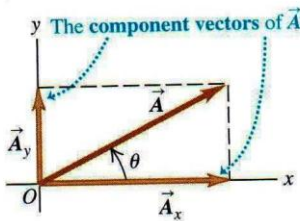
$$\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{D} + \vec{C}.$$

ვექტორების გამოკლებისას შემოგვაქვს ვექტორი $-\vec{B}$, რომელსაც \vec{B} ვექტორის ტოლი მოდული აქვს და საპირისპირო მიმართულება. ჩვენ ვსაზღვრავთ \vec{A} , \vec{B} ვექტორების სხვაობას $\vec{A} - \vec{B}$, როგორც \vec{A} და $-\vec{B}$ ვექტორების ვექტორულ ჯამს:

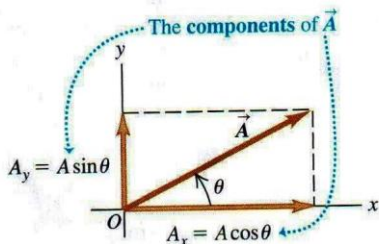
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}). \quad (1.4)$$

შესაძლებელია ვექტორის გამრავლება ან გაყოფა სკალარულ სიდიდეზე (სკალარზე). ამ შემთხვევაში ვექტორის მიმართულება რჩება იგივე, ხოლო მისი მოდული/რიცხვითი მნიშვნელობა იმდენჯერ მატულობს (გამრავლებისას) ან კლებულობს (გაყოფისას), რა რიცხვზეც არის გამრავლებული/გაყოფილი მოცემული ვექტორული სიდიდე.

ა)



ბ)



ვექტორების მდგენელები

ვექტორული სიდიდის ან უბრალოდ ვექტორის მდგენელების ცნების შემოღებისთვის განვიხილოთ სწორკუთხა კოორდინატა სისტემა და ჩვენი ვექტორის თავი შეუთავსოთ ამ სისტემის სათავეს (0 წერტილს) (სურ. 1.5). x,y-სიბრტყეში მდებარე \vec{A} ვექტორი შეიძლება წარმოვიდგინოთ, როგორც ორი \vec{A}_x და \vec{A}_y ვექტორების ჯამი, რომლებიც შესაბამისად, მიმართულია x- და y-ღერძების გასწვრივ. მათ \vec{A} ვექტორის მდგენელი ვექტორები ეწოდება.

სურ. 1.5. ვექტორის დაშლა მდგენელებად

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y. \quad (1.5)$$

მაგრამ, რადგან მდგენელი ვექტორები კოორდინატა ღერძების გასწვრივაა მიმართული, ჩვენ შეგვიძლია ჩავანაცვლოთ ისინი მათი მოდულებით და მიმართულების გათვალისწინებით. თუ მდგენელი ვექტორი მიმართულია ღერძის გასწვრივ, ვიღებთ მის მოდულს, თუ ის ღერძის საპირისპიროა, ვსარგებლობთ მინუს (-) ნიშნით აღებული მისი მოდულით. ამ A_x, A_y რიცხვებს \vec{A} ვექტორის მდგენელებს უწოდებენ.

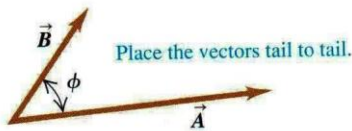
ერთეულოვანი ვექტორები

ერთეულოვანი ეწოდება ვექტორს, რომლის მოდული უდრის 1-ს და არ აქვს ერთეული. მისი ერთადერთი დანიშნულებაა სივრცეში მიმართულების ჩვენება/განსაზღვრა. ისინი ფართოდ გამოიყენება ისეთ გამოსახულებებში, რომლებიც შეიცავს ვექტორების მდგენელებს. ერთეულოვანი ვექტორი, ჩვეულებრივისგან განსხვავებით, აღინიშნება არა ისრით თავზე, არამედ „^“ ნიშნით. თუ ვექტორი ორიენტირებულია სამგანზომილებიან, ე.წ. 3-D სივრცეში, მაშინ ის აღიწერება მდგენელებითა და ერთეულოვანი ვექტორებით:

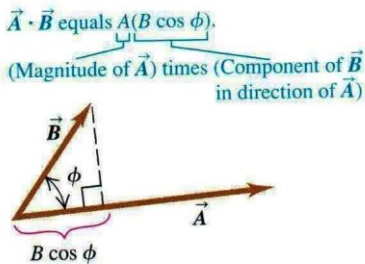
$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}, \quad (|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1). \quad (1.6)$$

ვექტორების გამრავლება

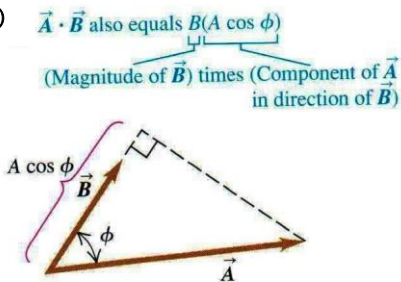
ა)



ბ)



გ)



სურ. 1.6. ვექტორების გამრავლება

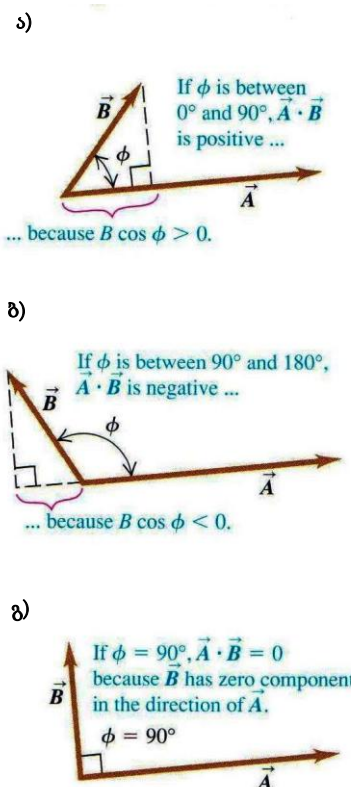
მრავალ ფიზიკურ გამოსახულებაში გამოიყენება ვექტორების გამრავლება. ვექტორები ჩვეულებრივი რიცხვები არ არის, და მათ ვერ მიუყენებთ გამრავლების სტანდარტულ ხერხებს. განვასხვავებთ ვექტორული ნამრავლის ორ სახეობას: სკალარულს, როდესაც ნამრავლი სკალარს წარმოადგენს და ვექტორულს, როდესაც შედეგი ისევ ვექტორი გამოდის.

ვექტორების სკალარული ნამრავლი

ორი \vec{A} და \vec{B} ვექტორის სკალარული ნამრავლი აღინიშნება $\vec{A} \cdot \vec{B}$ და ის სკალარული სიდიდეა. ამ სკალარული ნამრავლის განსაზღვრისთვის \vec{A} და \vec{B} ვექტორების სათავეებს შევათავსებთ ერთ წერტილში (სურ. 1.6). მათ მიმართულებებს შორის არსებული ϕ კუთხე იცვლება 0° -დან 180° -მდე. სურათზე 1.6ბ ნაჩვენებია \vec{B} ვექტორის მდგენელი \vec{A} ვექტორის მიმართულებაზე, მისი მნიშვნელობა გამოისახება ფორმულით $B \cos \phi$ (შესაძლებელია ნებისმიერი, მოსახერხებელი მიმართულების შერჩევა). ჩვენ ვსაზღვრავთ $\vec{A} \cdot \vec{B}$ -ს როგორც \vec{A} ვექტორის მოდულის ნამრავლს ზემოთ მოხსენებულ \vec{B} ვექტორის მდგენელზე, ანუ

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi. \quad (1.7)$$

ანალოგიურად, შესაძლებელია სკალარული ნამრავლი განისაზღვროს, როგორც \vec{B} ვექტორის



სურ. 1.7. ვექტორების სკალარული ნამრავლი

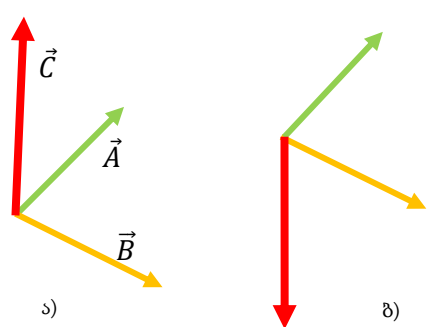
მოდულის ნამრავლი \vec{A} ვექტორის მდგენელზე (სურ. 1.6გ), ანუ $\vec{A} \cdot \vec{B} = B(A \cos \phi) = AB \cos \phi$, რაც (7)-ის იდენტურია. სკალარული ნამრავლი არის სკალარი, ის შეიძლება იყოს დადებითი, უარყოფითი ან ნულის ტოლი. თუ ϕ კუთხე იცვლება ნულიდან 90° გრადუსამდე, $\cos \phi > 0$ და სკალარული ნამრავლი დადებითია (სურ. 1.7ა). როდესაც ϕ კუთხე იცვლება 90° -დან 180° -მდე, $\cos \phi < 0$ და სკალარული ნამრავლი უარყოფითია (სურ. 1.7ბ). და ბოლოს, თუ $\phi = 90^\circ$, $\cos \phi = 0$ და $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ (სურ. 1.7გ), ანუ, *ორი ურთიერთმართობული ვექტორის სკალარული ნამრავლი ყოველთვის ნულის ტოლია*. ნებისმიერი ორი \vec{A} და \vec{B} ვექტორისთვის $BA \cos \phi = AB \cos \phi$. ეს ნიშნავსა, რომ

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}.$$

მაშასადამე, ვექტორების სკალარული ნამრავლი ემორჩილება გამრავლებისას გადანაცვლების კანონს.

ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

ორი \vec{A} და \vec{B} ვექტორის ვექტორული ნამრავლი აღინიშნება $\vec{A} \times \vec{B}$ და ის ვექტორული



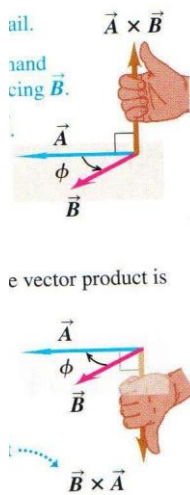
სურ. 1.8. ვექტორების ვექტორული შეკრება

სიდიდეა. ამ ვექტორული ნამრავლის განსაზღვრისთვის \vec{A} და \vec{B} ვექტორების სათავეებს შევათავსებთ ერთ წერტილში (სურ. 1.8ა). ეს ვექტორები ძევეს სიბრტყეზე. ჩვენ ვსაზღვრავთ ვექტორულ ნამრავლს, როგორც ვექტორულ სიდიდეს, რომელიც ამ სიბრტყის მართობულია (ანუ, ორივე \vec{A} და \vec{B} ვექტორის მართობულია) და მისი მოდულია $AB \sin \phi$

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \quad \text{და} \quad C = AB \sin \phi. \quad (1.8)$$

ϕ კუთხე იცვლება 0° -დან 180° -მდე, $\sin \phi > 0$ და C არასდროსაა უარყოფითი. თუმცა, თუ შემადგენელი \vec{A} და \vec{B} ვექტორი პარალელურია/თანხვედენილი ან ანტიპარალელური/ურთიერთსაპირისპირო, მაშინ ϕ კუთხე ან 0° -ია ან 180° და $C = 0$. აქედან დასკვნა: *ორი პარალელური/თანხვედენილი ან ანტიპარალელური/ურთიერთსაპირისპირო ვექტორის ვექტორული ჯამი ყოველთვისა ნულის ტოლია*. კერძოდ, ვექტორის ვექტორული ნამრავლი საკუთარ თავზე ნულია.

მოცემული სიბრტყისადმი ორი მართობის გავლება ყოველთვისაა შესაძლებელი. ამიტომ, თუ ახლა განვსაზღვრავთ $\vec{B} \times \vec{A}$ -ს მიმართულლებას \vec{B} -ს მობრუნებით \vec{A} -სკენ (სურ. 1.8ბ), მივიღებთ ვექტორს, რომელიც $\vec{A} \times \vec{B}$ ვექტორის საპირისპიროა. მაშასადამე, ვექტორული ნამრავლი არ არის გადანაცვლებადი, ანუ



$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}. \quad (1.9)$$

ორი ვექტორისა და მათი ვექტორული ნამრავლის მიმართულეობა ერთმანეთის მიმართ განისაზღვრება მარჯვენა ხელის წესით (სურ. 1.25): ოთხი მოღუნული თითი ვექტორების განლაგების სიბრტყის პარალელურია და მიუთითებს ერთი ვექტორის მეორის მიმართ ბრუნვის მიმართულეობაზე, ხოლო მართობულად გამწვრილი ცერა თითი აჩვენებს მათი ვექტორული ნამრავლის მიმართულეობას.

სურ. 1.9. ვექტორული ნამრავლის მიმართულეობა - მარჯვენა ხელის წესი

2. ერთგანზომილებიანი მოძრაობა ანუ მოძრაობა წრფის გასწვრივ

2.1. ნივთიერი წერტილი, გადაადგილება, დრო, საშუალო სიჩქარე

განვიხილოთ მოძრაობის უმარტივესი სახე: სხეული მოძრაობს წრფის გასწვრივ. ამ მოძრაობის აღსაწერად, შემოვიღოთ ფიზიკური სიდიდეები **სიჩქარე** და **აჩქარება**. ფიზიკაში ეს სიდიდეები უფრო ზუსტად და მცირეოდენ განსხვავებულადაა განსაზღვრული, ვიდრე ჩვეულებრივად, ყოველდღიურ ცხოვრებაში. ორივე ვექტორულ სიდიდეებს წარმოადგენს. ჩვენ აღვწერთ წრფივ მოძრაობას როგორც მუდმივი, ისე ცვალებადი აჩქარებით.

სხეულთა მოძრაობის სახეების განხილვისას მათი ზომები ინტერესს არ წარმოადგენს, ამიტომ შემოვიღოთ **ნივთიერი წერტილის** ცნება, *სხეულის, რომლის ზომები მოძრაობის მოცემულ პირობებში უგულებელყოფილია*.

ნივთიერი წერტილის მოძრაობას ვიხილავთ, როგორც მისი x -კოორდინატის დროში ცვლილებას. მისი მოძრაობის **საშუალო სიჩქარეს** ვსაზღვრავთ, როგორც **ვექტორს**, რომლის x -მდგენელი x -კოორდინატის ცვლილების შესაბამის დროის შუალედთან ფარდობის ტოლია

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (2.1)$$

ერთეულთა საერთაშორისო (SI) სისტემაში საშუალო სიჩქარე იზომება მ/წმ-ით.

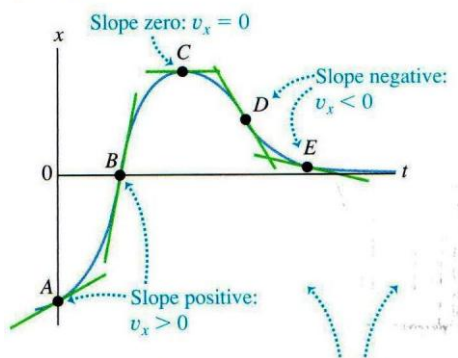
2.2. მყისი სიჩქარე

ზოგჯერ საშუალო სიჩქარე სრულყოფილად აკმაყოფილებს ჩვენ მოთხოვნებს ნივთიერი წერტილის მოძრაობაზე დაკვირვებისას. თუმცა საშუალო სიჩქარე ვერაფერ ცოდნას გვაწვდის მოძრაობის სისწრაფესა თუ მიმართულეობაზე დროის მოცემულ მომენტში. ამის გასაგებად ვიყენებთ **მყისი სიჩქარეს** ანუ *სიჩქარეს, რომელიც ნივთიერ წერტილს აქვს დროის მოცემულ მომენტში ან ტრაექტორიის მოცემულ წერტილში*. მყისი სიჩქარის საპოვნელად ვსაზღვრავთ საშუალო სიჩქარეს უმცირეს მონაკვეთზე დროის უმცირეს შუალედში. მათემატიკაში $\Delta x / \Delta t$ -ს ზღვარს, როდესაც დროის Δt შუალედი მიისწრაფის

ხულისკენ, ეწოდება გადაადგილების წარმოებული დროით და ის აღნიშნება dx/dt -ით. მასასადამე, შეიძლება ითქვას, რომ *მყისი სიჩქარე ნივთიერი წერტილის მდებარეობის დროში მყისიერი ცვლილების ტოლია*

$$v_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}. \quad (2.2)$$

მყისი v_x სიჩქარის დადებითი მნიშვნელობა ნიშნავს, რომ x იზრდება და მოძრაობა ხორციელდება დადებითი მიმართულებით, ხოლო მისი უარყოფითი მნიშვნელობა ნიშნავს x -ის კლებას და მოძრაობას უარყოფითი მიმართულებით (მარცხნივ x -ღერძის მიმართ ანუ მისი მიმართულების საპირისპიროდ). ნივთიერ წერტილს შეიძლება ჰქონდეს დადებითი x და უარყოფითი მყისი v_x სიჩქარე ან პირიქით. საშუალოს მსგავსად, მყისი სიჩქარეც ვექტორული სიდიდეა და, ცხადია, ისიც მ/წმ-ით იზომება.



სურათზე 2.1 წარმოდგენილია ნივთიერი წერტილის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. მის ნებისმიერ წერტილში დახრილობა გვიჩვენებს ნივთიერი წერტილის მოძრაობის მყისი სიჩქარეს: კერძოდ, A და B წერტილებში დახრილობა დადებითია ($v_x > 0$), C წერტილში დახრილობა არ არის და $v_x = 0$, ხოლო D და E წერტილებში დახრილობა უარყოფითია ($v_x < 0$).

სურ. 2.1. ნივთიერი წერტილის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულება

2.3. საშუალო და მყისი აჩქარება

ისევე, როგორც სიჩქარე გვიჩვენებს ნივთიერი წერტილის ადგილმდებარეობის ცვლილებას დროში, ისე აჩქარება აღწერს სიჩქარის დროში ცვლილებას. აჩქარება ვექტორული სიდიდეა და წრფივი მოძრაობისას წრფის გასწვრივ მისი ნულისგან განსხვავებული მდგენელია მიმართული. წრფივი მოძრაობისას აჩქარება აღწერს როგორც მზარდი სიჩქარით მოძრაობას, ისე დამუხრუჭებასაც.

საშუალო აჩქარება

ისევე განვიხილოთ ნივთიერი წერტილის მოძრაობა კოორდინატთა სისტემის x -ღერძის გასწვრივ და წარმოვიდგინოთ, რომ დროის $t_2 - t_1$ შუალედში მისი სიჩქარე შეიცვალა v_{1x} -დან v_{2x} -მდე. ნივთიერი წერტილის **საშუალო აჩქარება** განვსაზღვროთ, როგორც მისი მოძრაობის სიჩქარის ცვლილების ფარდობა შესაბამის დროის შუალედთან

$$\bar{a} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}. \quad (2.3)$$

აჩქარება იზომება მ/წმ²-ით.

მყისი აჩქარება

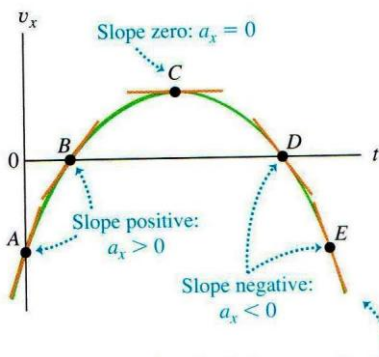
ახლა განვსაზღვროთ **მყისი აჩქარება** იგივე ხერხით, რომელსაც მყისი სიჩქარის განსაზღვრისას ვიყენებდით. მაშასადამე, *მყისი აჩქარება არის საშუალო აჩქარების ზღვარი, როდესაც მისი ცვლილების დროის შუალედი ნულისკენ მიისწრაფის ანუ მყისი აჩქარება სიჩქარის წარმოებულა დროით*

$$a_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}. \quad (2.4)$$

(2.4)-ში (2.2)-ის ჩასმით მივიღებთ მეორე გამოსახულებას მყისი აჩქარებისთვის და, შესაბამისად, სხვანაირადაც განვსაზღვრავთ მას

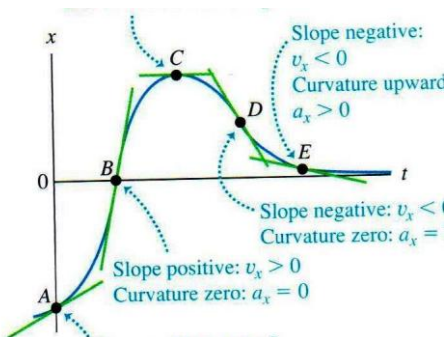
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (2.5)$$

აქედან გამომდინარე, მყისი აჩქარება შეიძლება ასევე განისაზღვროს, როგორც *ნივთიერი წერტილის კოორდინატის მეორე წარმოებულა დროით*.



სურ. 2.2. სიჩქარის დამოკიდებულება დროზე

სურათზე 2.2 წარმოდგენილია ნივთიერი წერტილის სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. მის ნებისმიერ წერტილში დახრილობა გვიჩვენებს ნივთიერი წერტილის მოძრაობის მყისი აჩქარებას: კერძოდ, *A* და *B* წერტილებში დახრილობა დადებითია ($a_x > 0$) ანუ ნივთიერი წერტილი ჩქარდება – მისი სიჩქარე მატულობს, *C* წერტილში დახრილობა არ არის და $a_x = 0$ (ნივთიერი წერტილი მოძრაობს თანაბრად, $|\vec{v}| = \text{const}$), ხოლო *D* და *E* წერტილებში დახრილობა უარყოფითია ($a_x < 0$), ე.ი. ნივთიერი წერტილი მუხრუჭდება – მისი სიჩქარე კლებულობს.



სურ. 2.3. ნივთიერი წერტილის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულება

სურათზე 2.3 წარმოდგენილია ნივთიერი წერტილის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი, რომლისგანაც შესაძლებელია გავიგოთ მოძრაობის მყისი სიჩქარე გრაფიკის დახრილობით, ხოლო აჩქარება – გრაფიკის სიმრუდით. კერძოდ, *A* წერტილში დახრილობა დადებითია ($v_x > 0$), სიმრუდე ზემოთმიმართულია ($a_x > 0$). *B* წერტილში დახრილობა დადებითია ($v_x > 0$), სიმრუდე ნულია ($a_x = 0$). *C* წერტილში დახრილობა არ არის და $v_x = 0$, ხოლო სიმრუდე ქვემოთმიმართულია ($a_x < 0$). *D* წერტილში დახრილობა უარყოფითია ($v_x < 0$), სიმრუდე ნულია ($a_x = 0$) და *E* წერტილში დახრილობა უარყოფითია ($v_x < 0$), სიმრუდე ზემოთმიმართულია ($a_x > 0$).

2.4. მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით – თანაბრაჩქარებულ მოძრაობა

მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით ნიშნავს, რომ სიჩქარის მოდული თანაბრად იცვლება (ან იზრდება ან მცირდება ერთი და იგივე რიცხვით დროის ერთნაირ შუალედებში). 2.4 და 2.5 სურათებზე მოყვანილია, შესაბამისად, აჩქარებისა და სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები. მართკუთხედის ფართობი აჩქარების გრაფიკზე გამოსახავს ნივთიერი წერტილის *სიჩქარის ნაზრდს* t დროის განმავლობაში ($\Delta v_x = a_x t$). შესაბამისად, ტრაპეციის ფართობი სიჩქარის გრაფიკზე გამოსახავს ნივთიერი წერტილის მიერ *გავლილ მანძილს* t დროის განმავლობაში

$$\Delta x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} \cdot t.$$

აქ გრაფიკის დახრილობა გამოსახავს აჩქარებას.

ქვემოთ მოგვყავს ყველა ის ფორმულა, რომელიც აღწერს მოძრაობას მუდმივი აჩქარებით (რადგან ცნობილია, რომ მოძრაობა სრულდება x -ღერძის გასწვრივ, ფორმულების გამარტივების მიზნით ფორმულებში შემაჯავალ სიდიდეებს x -ინდექს ადარ მიუწერთ):

ნივთიერი წერტილის მოძრაობის აჩქარების, დროის, საშუალო და საბოლოო სიჩქარის ფორმულები:

$$a = \frac{v - v_0}{t}, \quad t = \frac{v - v_0}{a}, \quad \bar{v} = \frac{v + v_0}{2}, \quad v = v_0 + at.$$

ნივთიერი წერტილის მიერ გავლილი მანძილის ფორმულები:

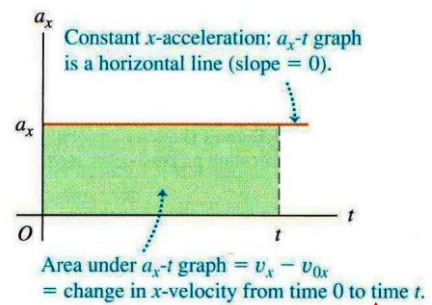
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t, \quad \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}, \quad \Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

ნივთიერი წერტილის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულება:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

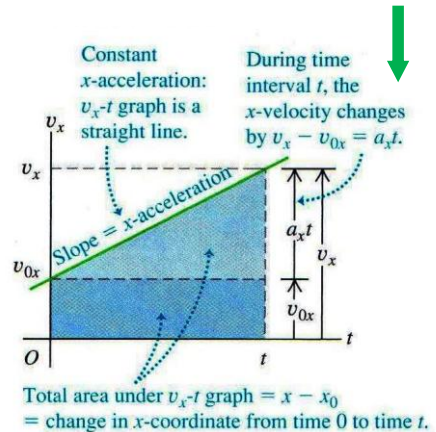
2.5. მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით – სხეულთა თავისუფალი ვარდნა

თანაბრაჩქარებულ მოძრაობის ერთერთი მკაფიო მაგალითია სხეულთა თავისუფალი ვარდნა ანუ მოძრაობა შვეულად ქვემოთ მუდმივი აჩქარებით დედამიწის მიზიდულობის გამო. მოძრაობის აჩქარებას თავისუფალი ვარდნის ან სიმძიმის ძალის აჩქარება ეწოდება, ის აღინიშნება g სიმბოლოთი და მისი მნიშვნელობა მცირედ იზრდება ეკვატორიდან ($9,78\text{მ/წმ}^2$) პოლუსებამდე ($9,83\text{მ/წმ}^2$). ჩვეულებრივად გამოიყენება მისი საშუალო მნიშ-



სურ. 2.4. აჩქარების დამოკიდებულება დროზე

სურ. 2.5. სიჩქარის დამოკიდებულება დროზე



ვნელობა დედამიწის ზედაპირის მახლობლად $g = 9,8 მ/წმ^2$. ამ მოძრაობის აღსაწერად გამოიყენება თანაბარჩქარეული მოძრაობის ყველა ფორმულა, ოღონდ კოორდინატი ამ შემთხვევაშია y , ხოლო გავლილი მანძილი აღინიშნება ან Δy -ით ან h -ით:

$$\Delta y = h = \frac{v + v_0}{2} t, \quad \Delta y = h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g}, \quad \Delta y = h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

ნივთიერი წერტილის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულება:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

2.6. მოძრაობა ცვალეზადი აჩქარებით

ჩვენ განვიხილეთ ნივთიერი წერტილის თანაბარჩქარეული მოძრაობა ანუ მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით. თუმცა, ყოველდღიურ ცხოვრებაში სხეულები ხშირად მოძრაობენ ცვალეზადი აჩქარებით ანუ მათი სიჩქარე არათანაბრად იცვლება. ამ შემთხვევაში სიჩქარისა და აჩქარების ზოგადად განმსაზღვრელი გამოსახულებები იგივე რჩება:

$$v_x = dx/dt, \quad a_x = dv_x/dt.$$

ცვალეზადი აჩქარებით მოძრაობისას დროის შუალედები, რომლებშიც იცვლება სიჩქარე, მყისიერი ხდება და ამ დროს ჩვენ საქმე გვაქვს მყის a_x აჩქარებასთან დროის რაღაც t მომენტში. მაშინ სიჩქარის ცვლილება ნებისმიერად აღებულ დროის $t_2 - t_1$ შუალედში იქნება

$$v_{2x} - v_{1x} = \int_{v_{1x}}^{v_{2x}} dv_x = \int_{t_1}^{t_2} a_x dt.$$

ამ დროს კოორდინატის ცვლილებაც შესაბამისად გამოისახება:

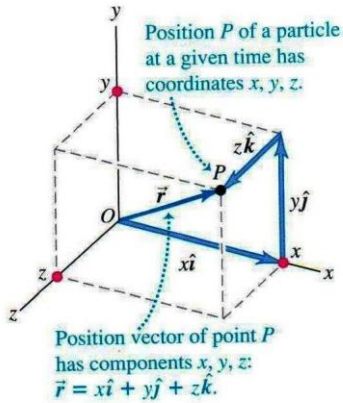
$$x_2 - x_1 = \int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v_x dt.$$

თუ $t_1 = 0$ და t_2 არის 0-დან ათვლილი დროის t შუალედი, ხოლო x_0 და v_{0x} , შესაბამისად, $t = 0$ მომენტში ნივთიერი წერტილის კოორდინატია და სიჩქარე, მაშინ

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x dt, \quad x = x_0 + \int_0^t v_x dt.$$

3. ორგანოზომილებიანი მოძრაობა

სურ. 3.1.



3.1. რადიუს-ვექტორი და სიჩქარე

ნივთიერი წერტილის სამგანზომილებიან სივრცეში მოძრაობის აღსაწერად პირველ რიგში უნდა განისაზღვროს მისი მდებარეობა. ამ მდებარეობას სარღვრავს ე.წ. რადიუს-ვექტორი \vec{r} , რომელიც გავლებულია კოორდინატთა სისტემის სათავიდან იმ P წერტილამდე, სადაც მდებარეობს ნივთიერი წერტილი (სურ. 3.1):

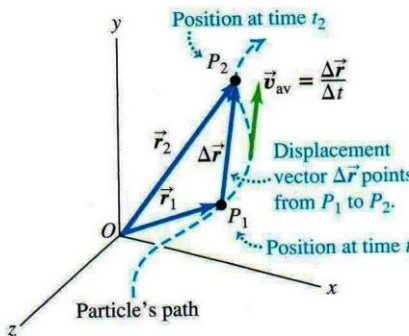
$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}. \quad (3.1)$$

ნივთიერი წერტილის გადასვლისას P_1 წერტილიდან P_2 -ში განვსაზღვროთ მოძრაობის **საშუალო სიჩქარე**, როგორც რადიუს-ვექტორის

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

ცვლილების ფარდობა დროის შესაბამის $\Delta t = t_2 - t_1$ შუალედთან (სურ. 3.2)

სურ. 3.2.

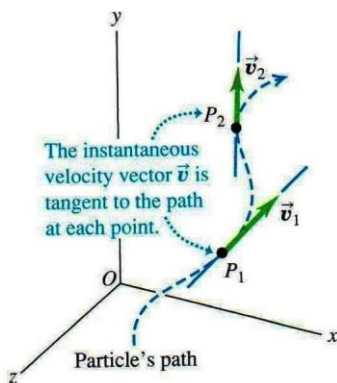


$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}. \quad (3.2)$$

აქვე სტანდარტული ხერხით განვსაზღვროთ მოძრაობის **მყისი სიჩქარე**:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (3.3)$$

სურ. 3.3.



სიჩქარის მიმართულება ემთხვევა ნივთიერი წერტილის მოძრაობის მიმართულებას და როდესაც დროის შუალედი მოძრაობის ტრაექტორიის ორ წერტილს შორის $\Delta t \rightarrow 0$, მაშინ $\Delta\vec{r}$ ხდება მოძრაობის ტრაექტორიის მხევი და, ცხადია, **სიჩქარეც მხევის გასწვრივ იქნება მიმართული** (სურ. 3.3). სიჩქარის ვექტორს გამოვსახავთ მისი მდგენელებით:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad (3.4)$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}. \quad (3.5)$$

მყისი სიჩქარის მოდული გამოისახება პითაგორას თანაფარდობით:

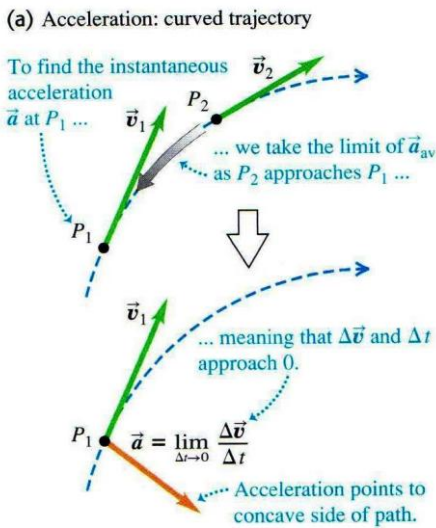
$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}. \quad (3.6)$$

ორგანზომილებიანი მოძრაობისას (მოძრაობა xy სიბრტყეზე) z და v_z ნულის ტოლია და სიჩქარის მოდული გამოისახება ფორმულით

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (3.7)$$

სიჩქარის მიმართულეა განისაზღვრება α კუთხით: $\tan \alpha = v_y/v_x$.

3.2. აჩქარება



სურ. 3.4.

ახლა განვსაზღვროთ სივცეში მოძრავი ნივთიერი წერტილის აჩქარება. როგორც ცნობილია, ის გამოსახავს სიჩქარის დროში ცვლილებას. განვსაზღვროთ საშუალო და მყისი აჩქარების მნიშვნელობები:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}. \quad (3.8)$$

აქვე სტანდარტული ხერხით განვსაზღვროთ მოძრაობის მყისი სიჩქარე:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (3.9)$$

თუ ნივთიერი წერტილი მოძრაობს რაიმე მრუდის გასწვრივ, სიჩქარე მიმართულია ამ მრუდისადმი ყოველ წერტილში გავლებული მხების გასწვრივ, ხოლო აჩქარება – გამრუდების შიგნით (სურ. 3.4). აჩქარების ვექტორს გამოვსახავთ მისი მდგენელებით:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} \quad (3.10)$$

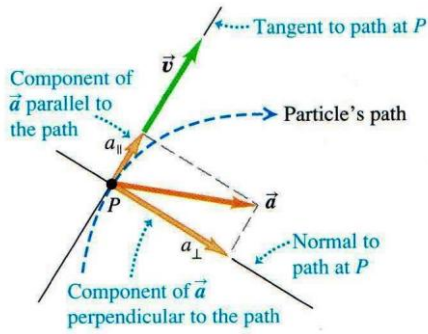
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k}. \quad (3.11)$$

ასევე შეიძლება აჩქარების გამოსახვა კოორდინატის დროის მეორე წარმოებულით:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2} \quad (3.12)$$

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \hat{k}. \quad (3.13)$$

3.3. აჩქარების მხეებითი და მართობული მდგენელები

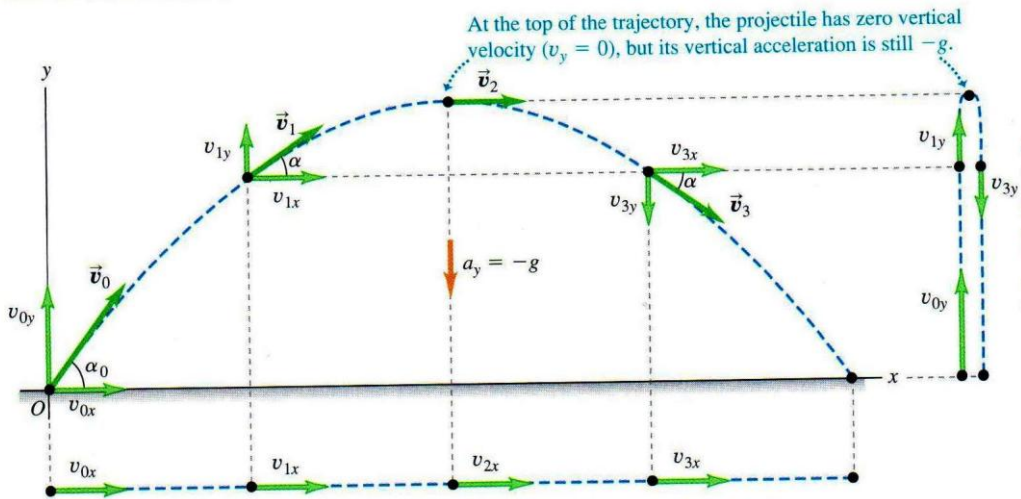


სურ. 3.5.

როდესაც ნივთიერი წერტილი მოძრაობს სივრცეში (ჩვენ შემთხვევაში სიბრტყეზე) რაიმე მრუდის გასწვრივ, მისი სიჩქარის ცვლილება აღიწერება აჩქარებით, რომელსაც ორი მდგენელი აქვს: ერთი ე.წ. **მხეებითი** ($a_{||}$), მიმართულია სიჩქარის თანხვედნილად ნებისმიერ წერტილში მრუდისადმი გავლებული მხების გასწვრივ, ხოლო მეორე – **მართობული/ნორმალური** (a_{\perp}) მდგენელი კი მხების და, მაშასადამე, სიჩქარის მართობულად (სურ. 3.5). აჩქარების მხეებითი მდგენელი პასუხისმგებელია სიჩქარის მოდულის ცვლილებაზე, ხოლო მართობული – მის მიმართულებაზე.

3.4. ორგანოზომილებიანი მოძრაობა (x, y-სიბრტყეზე)

ორგანოზომილებიან მოძრაობას ასრულებს ნებისმიერი სხეული, რომელსაც ერთჯერადი მოქმედებით მიენიჭა საწყისი სიჩქარე ჰორიზონტისადმი რაიმე კუთხით და ის შემდეგ მოძრაობს მსოფლიოს მიზიდულობისა და ჰაერის წინააღმდეგობის ზემოქმედებით. მისი მოძრაობის ტრაექტორია წარმოადგენს მრუდს და ის მოძრაობს x, y-სიბრტყეში (სურ. 3.6). ასეთი მოძრაობა შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ორი მოძრაობის ერთობლიობა:



სურ. 3.6. ორგანოზომილებიანი მოძრაობა x, y-სიბრტყეზე

ერთი მათგანი არის **წრფივი თანაბარი მოძრაობა x-ღერძის გასწვრივ ანუ მოძრაობა მუდმივი სიჩქარით**, მეორე – **შვეული მოძრაობა y-ღერძის გასწვრივ მუდმივი g აჩქარებით**. ეს მოძრაობა აღიწერება შემდეგი განტოლებებით:

$$x\text{-ღერძის გასწვრივ: } x = x_0 + v_{0x}t, \quad v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad (3.14)$$

$$y\text{-ღერძის გასწვრივ: } y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha. \quad (3.15)$$

დროის ნებისმიერად შერჩეულ მომენტში ამ განტოლებებზე დაყრდნობით შეიძლება განვსაზღვროთ ამ მოძრაობის აღმწერი რადიუს-ვექტორის მოდული

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.16)$$

და სიჩქარის მოდული

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (3.17)$$

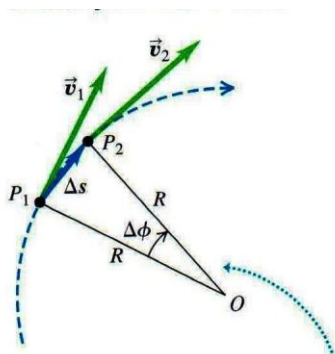
სიჩქარის მიმართულება მოცემულია კუთხის ტანგენსით

$$\operatorname{tg} \alpha = v_y / v_x. \quad (3.18)$$

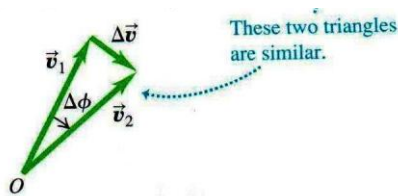
აქედან ვასკვნით, რომ სიჩქარის ვექტორი მოძრაობის ტრაექტორიის ნებისმიერ წერტილში მიმართულია ამ წერტილში გავლებული მხების გასწვრივ.

3.5. მოძრაობა წრეწირზე

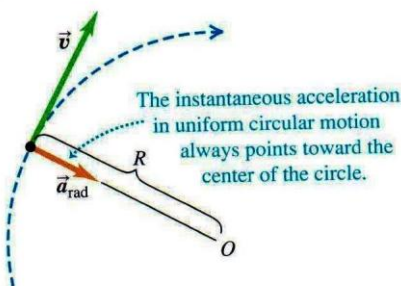
როდესაც ნივთიერი წერტილი მოძრაობს წრეწირზე მოდულით მუდმივი სიჩქარით, მოძრაობას ეწოდება **თანაბარი წრიული მოძრაობა** ან **თანაბარი მოძრაობა წრეწირზე**. ასეთ მოძრაობას არ აქვს აჩქარების მხებიანი მდგენელი, აქვს მხოლოდ მართობული, რომელსაც აქ



სურ. 3.7ა. სიჩქარის ცვლილება და საშუალო აჩქარება



სურ. 3.7ბ. მყისი აჩქარება



ცენტრისკენ უწოდებენ, რადგან ის მხების მართობულია და, მაშასადამე, რადიუსის გასწვრივ არის მიმართული წრეწირის ცენტრისკენ. განვსაზღვროთ ცენტრისკენული აჩქარების გამოსათვლელი ფორმულა (სურ. 3.7). სურათიდან ჩანს, რომ ნივთიერი წერტილის გადასვლისას P_1 -დან P_2 წერტილში R რადიუსებითა და $d\ell$ ქორდით შექმნილი სამკუთხედი v სიჩქარეებითა და dv სიჩქარის ცვლილებით შექმნილი სამკუთხედის მსგავსია. აქ იგულისხმება, რომ ნივთიერი წერტილი უსასრულოდ მცირე dt დროის შუალედში უსასრულოდ მცირე $d\ell$ რკალს (იგივე ქორდას) გადის, ამ დროს სიჩქარის ცვლილებაც dv უსასრულოდ მცირეა. მაშინ სამართლიანია შემდეგი თანაფარდობა:

$$dv/v = d\ell/R, \quad dv = v d\ell/R, \quad a_{\beta} = dv/dt = v d\ell/R dt,$$

მაგრამ $d\ell/dt = v$ და ბოლოს

$$a_{\beta} = \frac{v^2}{R}. \quad (3.19)$$

განვსაზღვროთ წრეწირზე მოძრაობის კიდევ ორი მნიშვნელოვანი სიდიე: **პერიოდი** – ერთი სრული შემობრუნების დრო (T) და **სიხშირე** – ბრუნთა რიცხვი დროის ერთეულში (ν). ეს ურთიერთშებრუნებული

სიდიდეებია $v = 1/T$. პერიოდითა და სიხშირით შესაძლებელია წრეწირზე თანაბრად მბრუნავი ნივთიერი წერტილის სიჩქარისა და აჩქარების გამოსახვა:

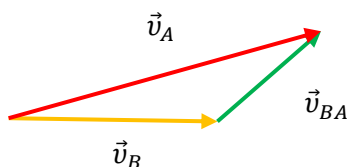
$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu, \quad a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 R\nu^2. \quad (3.20)$$

3.6. ფარდობითი მოძრაობა

ფარდობით მოძრაობაში უნდა ვიგულისხმოდ ნივთიერი წერტილის მოძრაობა სხვადასხვა ათვლის სისტემის მიმართ. ცხადია, რომ სულ სხვადასხვახანაირად აღიქმება ერთი და იგივე სხეულის მოძრაობა სხვადასხვა ათვლის სისტემაში. ზოგად შემთხვევაში, თუ სხეულის მოძრაობას ვაკვირდებით ორი A და B ათვლის სისტემიდან (აქ A სისტემა უძრავია, B სისტემა კი მოძრაობს მის მიმართ (\vec{v}_{BA}) სიჩქარით), ამ სხეულის სიჩქარე უძრავი სისტემის მიმართ (\vec{v}_A) გამოითვლება, როგორც ამ სხეულის სიჩქარეს მეორე (მოძრავი) სისტემის მიმართ (\vec{v}_B) დამატებული ამ სისტემის სიჩქარე (\vec{v}_{BA}) პირველი სისტემის მიმართ

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{BA}.$$

ამ გამოსახულებას *გალილეო გალილეის სიჩქარის გარდაქმნებს* უწოდებენ. სურათზე ნაჩვენებია ამ ვექტორების შეკრების წესი.



3.8. სიჩქარეთა შეკრება გალილეის გარდაქმნებისას

განვიხილოთ ამ განტოლების გამოყენების კერძო შემთხვევები:

1. სხეული და მოძრავი ათვლის სისტემა მოძრაობს *თანხვედნილად* (ერთი მიმართულებით), მაშინ სხეულის სიჩქარის მოდული უძრავი სისტემის მიმართ მათი სიჩქარეების მოდულების ჯამის ტოლია

$$v_A = v_B + v_{BA}.$$

2. სხეული და მოძრავი ათვლის სისტემა მოძრაობენ *ურთიერთსაპირისპიროდ*, მაშინ სხეულის სიჩქარის მოდული უძრავი სისტემის მიმართ მათი სიჩქარეების მოდულების სხვაობის ტოლია

$$v_A = v_B - v_{BA}.$$

3. სხეული და მოძრავი ათვლის სისტემა მოძრაობენ *ურთიერთმართობულად*, მაშინ სხეულის სიჩქარის მოდული უძრავი სისტემის მიმართ გამოითვლება პითაგორას თეორემის გამოყენებით, ანუ მათი სიჩქარეების მოდულების კვადრატების ჯამიდან ამოღებული კვადრატული ფესვის ტოლია

$$v_A = \sqrt{v_B^2 + v_{BA}^2}.$$

დინამიკა

4. ნიუტონის კანონები

წინა თავში ჩვენ განვსაზღვრეთ სხეულთა ადგილმდებარეობის აღმწერი სიდიდეები და შევისწავლეთ სხეულთა მოძრაობის სახეები. ამ თავში განვიხილავთ სხეულთა მოძრაობის გამომწვევ მიზეზებს, მათ ურთიერთქმედებას და იმ მოვლენებს, რომლებიც თანახმად ამ ურთიერთქმედებას. ფიზიკის ამ ნაწილს **დინამიკა** ეწოდება. დინამიკის პრინციპების ანალიზისთვის შემოგვაქვს ორი ახალი ცნება, **ძალა** და **მასა**. დინამიკის სრულყოფილი აღწერა და მისი კანონების შემუშავება ეკუთვნის გენიალურ ინგლისელ ფიზიკოსს სერ *ისაკ ნიუტონს* (1642-1727). ამჟამად ისინი **ნიუტონის კანონების** სახელითაა ცნობილი.

- **ნიუტონის პირველი კანონი** ამტკიცებს, რომ თუ სხეულზე სხვა სხეულები არ მოქმედებს ან მათი მოქმედება გაბათილებულია/კომპენსირებული ანუ მასზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი ნულის ტოლია, მაშინ მისი მოძრაობა არ იცვლება.
- **ნიუტონის მეორე კანონი** აკავშირებს სხეულზე მოქმედ ძალას მის აჩქარებასთან, როდესაც სხეულზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედი ნული აღარ არის.
- **ნიუტონის მესამე კანონი** აღწერს ორ ურთიერთქმედ სხეულს შორის აღძრულ ძალთა თანაფარდობას.

ნიუტონს არ შეუქმნია მოძრაობის ეს სამი კანონი. მან ისინი გამოიყვანა სხვა მეცნიერების მიერ ჩარარებული მრავალ ცდაზე დაყრდნობით. ამაში განსაკუთრებით დიდი წვლილი მიუძღვის *გალილეო გალილეის* (რომელიც, სხვათა შორის, გარდაიცვალა სწორედ იმ წელს, როდესაც დაიბადა ისაკ ნიუტონი). ნიუტონის კანონები ნამდვილად ფუნდამენტურია. ისინი საფუძვლად დაედო ე.წ. **კლასიკურ მექანიკას**, ასევე ცნობილს, როგორც **ნიუტონის მექანიკა**. ამ კანონების გამოყენებით ჩვენ ვეცნობით მოძრაობის სხვადასხვა სახეებს. ნიუტონის კანონები კარგად აღწერს მოძრაობას დაბალი სიჩქარეებით და მაკროსკოპული სხეულების ურთიერთქმედებას, რადგან ეფუძნება და აღწერს ჩვენ გარემომცველ სივრცეს და ყოველდღიურ საქმიანობას, რომელიც ნამდვილად მოიცავს მაკროსკოპული სხეულების ურთიერთქმედებასა და დაბალი სიჩქარეებით მოძრაობას (**სინათლის სიჩქარეზე** გაცილებით ნაკლები სიჩქარეებით ($v \ll c, c = 300\,000\text{ კმ/წმ}$)). ნიუტონის კანონები ითხოვს გარკვეულ ცვლილებებს **რელატივისტურ მექანიკაში** (მცირე ზომისა და ელემენტარული ნაწილაკების ურთიერთქმედებისას და დიდი სიჩქარეებით (სინათლის სიჩქარესთან მიახლოებულით) მოძრაობისას).

4.1. ძალა და ურთიერთქმედება

ზოგადად ძალა შეიძლება განისაზღვროს, როგორც

- *სხეულთა ურთიერთქმედების ან სხეულისა და გარემოს ურთიერთქმედების საზომი სიდიდე.*



ამიტომ ვამბობთ, რომ ერთი სხეული მეორეზე მოქმედებს რაიმე ძალით. ძალა ვექტორული სიდიდეა. როდესაც ძალა იწვევს ორი სხეულის ურთიერთშეხებას, ჩვენ მას **უშუალო შეხების** ან **კონტაქტურ ძალას** ვუწოდებთ. ეს ძალა სამ

სახეობად იყოფა: **მართობული/ნორმალური ძალა**, რომელიც მოქმედებს სხეულზე იმ ზედაპირიდან/საყრდენიდან/საკიდლიდან, რომელზეც მოთავსებულია სხეული. ის ყოველთვის შემხები ზედაპირისადმი *მართობულია*. ზედაპირი ასევე მოქმედებს მასზე მოძრავ სხეულზე **ხახუნის ძალით**, რომელიც შემხები ზედაპირის პარალელურია და მოძრაობის მიმართულების საპირისპირო. და ბოლოს, მესამე – **დრეკადობის ძალა**, რომელიც მოქმედებს ზამბარაზე მიმაგრებულ სხეულზე და აღიძვრება თვით ზამბარაში მისი დეფორმაციისას.

კონტაქტური ძალების გარდა, არსებობს კიდევ ე.წ. **შორსმოქმედი ძალები**, რომლებიც მოქმედებს სხეულზე უშუალო შეხების/კონტაქტის გარეშე. ასეთ ძალებს მიეკუთვნება ელექტრული, მაგნიტური და მსოფლიოს მიზიდულობის ძალები.

ძალთა შეკრება/სუპერპოზიცია

ცდებმა აჩვენა, რომ თუ სხეულის რაიმე წერტილზე ერთდროულად მოქმედებს ორი ძალა \vec{F}_1 და \vec{F}_2 , ის ზუსტად ისევე იმოძრავებს, თუ იმ წერტილზე მოდებული იქნება ერთი \vec{R} ძალა, რომელიც წინანდელი ძალების ვექტორული ჯამის ტოლია

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

ზოგადად

- *სხეულის რაიმე წერტილზე მოდებული რამდენიმე ძალა ისევე მოქმედებს ამ სხეულზე, როგორც ერთი ძალა, რომელიც იმ ძალების ვექტორული ჯამის ტოლია.*

ეს არის ძალების შეკრების/სუპერპოზიციის პრინციპი

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \sum \vec{F}. \quad (4.1)$$

\vec{R} ძალას სხეულზე მოდებული ყველა ძალის **ტოლქმედს** უწოდებენ. მისი მოდული სამგანზომილებიან სივრცეში გამოითვლება შემდეგი გამოსახულებიდან

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}, \quad (4.2)$$

სადაც $R_x = \sum F_x$, $R_y = \sum F_y$, $R_z = \sum F_z$ ტოლქმედი ძალის მდგენელებია ცალკეულ კოორდინატთა ღერძებზე.

4.2. ნიუტონის პირველი კანონი

ცდებმა აჩვენა, რომ როდესაც სხეულზე ძალა არ მოქმედებს, სხეული ან უძრავ მდგომარეობას ინარჩუნებს ან მოძრაობს წრფივად მუდმივი სიჩქარით. თუ სხეული ამოძრავდა რაღაც მიზეზით, მისი მოძრაობის შენარჩუნებისთვის ძალის მოდება საჭირო არ არის. ამ დაკვირვებებს უწოდეს **ნიუტონის პირველი კანონი**:

- *თუ სხეულზე ძალა არ მოქმედებს, ის მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით (რომელიც შეიძლება ნულიც იყოს) და ნულოვანი აჩქარებით.*
- *სხეულის თვისებას შეინარჩუნოს მოძრაობა ანუ მინიჭებული სიჩქარე ინერტულობა ეწოდება.*

რაც მეტი დრო სჭირდება სხეულს თავისი სიჩქარის შესაცვლელად, მით უფრო ინერტულია ის. მათემატიკურად ნიუტონის პირველი კანონი შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0. \quad (4.3)$$

თუ სხეული უძრავია ან წრფივად და თანაბრად მოძრაობს, ითვლება, რომ ის **წონასწორობაშია**. სხეული წონასწორობაშია მაშინ, როდესაც მასზე ან მოქმედებს ძალა, ან მოდებული ძალების ტოლქმედი ნულის ტოლია.

ჩვენ ყოველთვის განვიხილავთ სხეულთა მდებარეობასა და მოძრაობას ათვლის სისტემების მიმართ. ნიუტონის პირველი კანონი ზოგიერთ ათვლის სისტემაში სრულდება, ზოგიერთში არა.

- *ათვლის სისტემებს, სადაც სრულდება ნიუტონის პირველი კანონი, ინერციული ათვლის სისტემები ეწოდება.*

ინერციულ ათვლის სისტემას განეკუთვნება **დედამიწა**. მაგრამ არცერთი აჩქარებულად მოძრავი ათვლის სისტემა ინერციული ვერ იქნება. ნიუტონის პირველ კანონს **ინერციის კანონსაც** უწოდებენ ხოლმე.

4.3. ნიუტონის მეორე კანონი

რა მოსდის სხეულს, როდესაც მასზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედი განსხვავდება ნულისგან? ირკვევა, რომ ძალის მოქმედებისას სხეულის მოძრაობის სიჩქარე თანაბრად იცვლება ანუ სხეული მოძრაობს მუდმივი აჩქარებით. სხეულის სიჩქარე იზრდება და აჩქარებას, სიჩქარეს და ძალთა ტოლქმედს თანხვედრი მიმართულება აქვს. აქედან ვასკვნით:

- *სხეულზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედი იწვევს სხეულის აჩქარებას ძალთა ტოლქმედის მოქმედების მიმართულებით.*

თუ მოდებული ძალის მოდული უცვლელია, ასევე უცვლელია აჩქარების მოდულიც. მრავალ ცდაზე დაყრდნობით შეიძლება გამოვიტანოთ დასკვნა:

- *ნებისმიერი სხეულისთვის აჩქარების მოდული სხეულზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედის მოდულის პირდაპირპროპორციულია.*

მაშასადამე, სხეულზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედის $F = |\sum \vec{F}|$ მოდულის ფარდობა აჩქარების $a = |\vec{a}|$ მოდულთან მუდმივი სიდიდეა და დამოკიდებული არ არის ტოლქმედი ძალის მოდულზე. ამ ფარდობას **ინერტულ მასას** ან, უბრალოდ, **მასას** უწოდებენ და აღნიშნავენ m ასოთი. სხეულის მასა მისი ინერტულობის რაოდენობრივი ზომია. რაც მეტია სხეულის მასა, მით უფრო ინერტულია ის. *SI* სისტემაში მასა იზომება *კილოგრამობით* (*კგ*)

$$m = F/a \quad \text{ან} \quad F = ma \quad \text{ან} \quad a = F/m. \quad (4.4)$$

კილოგრამის ეტალონი არის *პლატინა-ირიდიუმის შენადნობისგან* დამზადებული ცილინდრი, რომელიც ინახება *საფრანგეთის ქალაქ სევრში პარიზის* მახლობლად.

აქვე განვსაზღვროთ ძალის ერთეული *ნიუტონი (ნ)*: ერთი ნიუტონი არის ის ძალა, რომელიც ერთი კილოგრამი მასის სხეულს ანიჭებს ერთი მ/წმ² ტოლ აჩქარებას.

$$1 \text{ ნ} = 1 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}^2.$$

თუ ერთი და იგივე ძალა მოდებულია სხვადასხვა მასის მქონე ორ სხეულზე, მაშინ (4.4)-ის თანახმად, მართებულია შემდეგი თანაფარდობა:

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 \quad \text{ანუ} \quad m_2 / m_1 = a_1 / a_2. \quad (4.5)$$

- ერთი და იგივე ძალისთვის ორი სხეულის მასების ფარდობა აჩქარებების ფარდობის შექცეულია/შებრუნებული.

ახლა დადგა დრო განვმარტოთ ნიუტონის მეორე კანონი:

- თუ სხეულზე მოქმედებს გარე ძალთა ტოლქმედი, სხეული იძენს აჩქარებას. აჩქარების მიმართულება ტოლქმედი ძალის თანხვედრია. ტოლქმედი ძალა სხეულის მასისა და მინიჭებული აჩქარების ნამრავლის ტოლია

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}. \quad (4.6)$$

4.4. მასა და წონა

ერთერთი ყველაზე ცნობილი ძალაა **სხეულის წონა**, რომელიც წარმოადგენს სხეულზე მოქმედ მსოფლიოს მიზიდულობის ძალას. ზოგადად, ის განისაზღვრება, როგორც ძალა, რომლითაც სხეული მოქმედებს საყრდენზე ან საკიდელზე.

რადგან ნებისმიერი ძალა ემორჩილება ნიუტონის მეორე კანონს, ამიტომ წონას ვსაზღვრავთ $\vec{F} = m\vec{a}$ ფორმულის გამოყენებით, ოღონდ ვითვალისწინებთ, რომ დედამიწა სხეულს იზიდავს თავისუფალი ვარდნის იგივე სიმძიმის ძალის აჩქარებით $g = 9,8 \text{ მ/წმ}^2$. ამიტომ უძრავი ან შეუქცეულად თანაბრად მოძრავი სხეულის წონა გამოითვლება ფორმულით

$$\vec{w} = m\vec{g}. \quad (4.7)$$

შევნიშნოთ, რომ სიმძიმის ძალის აჩქარების მნიშვნელობა უმნიშვნელოდ იცვლება სხეულის ადგილმდებარეობის მიხედვით: დედამიწის ეკვატორთან $g = 9,78 \text{ მ/წმ}^2$, ხოლო პოლუსებზე კი $g = 9,83 \text{ მ/წმ}^2$. ასე, რომ $g = 9,8 \text{ მ/წმ}^2$ არის მისი საშუალო არითმეტიკული მნიშვნელობა. ხშირად, ამოცანების ამოხსნისას, როდესაც არ მოითხოვება დიდი სიზუსტე, იყენებენ $g = 10 \text{ მ/წმ}^2$ ტოლ მნიშვნელობას.

4.5. ნიუტონის მესამე კანონი

ეს კანონი აღწერს სხეულთა ურთიერთქმედებას. მას ზოგჯერ **ქმედება-უკუქმედების კანონსაც** უწოდებენ. ცდებმა დაადასტურა, რომ თუ ერთი სხეული მოქმედებს მეორეზე რაიმე ძალით, მეორე სხეული მოქმედებს პირველზე სიდიდით იგივე და მიმართულებით საპირისპირო ძალით. ჩამოვყალიბოთ ნიუტონის მესამე კანონი:

- სხეულები ურთიერთქმედებს სიდიდით/მოდულით ტოლი და მიმართულებით საპირისპირო ძალებით. ეს ძალები ერთმანეთს არ აბათილებს, რადგან სხვადასხვა სხეულებზეა მოდებული.

$$\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki} \quad (4.8)$$

4.6. თავისუფალი სხეულის დიაგრამები

თავისუფალი სხეულის დიაგრამა წარმოადგენს ნახაზს, რომელზეც ასახულია ამ სხეულზე მოდებული ყველა ძალა და არ არის ნაჩვენები ის სხეულები, რომლებმაც იმოქმედეს მოცემულ სხეულზე ამ ძალებით (ბევრ შემთხვევაში, ისინი ინტერესს არ წარმოადგენს). სურათზე 4.1 ნაჩვენებია მორბენალზე სტარტის მომენტში მოქმედი ძალები:

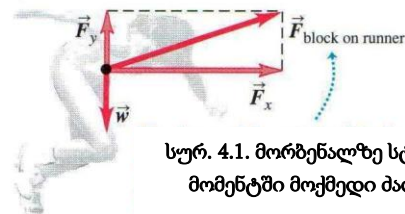


\vec{F} – მორბენლის მიერ განვითარებული ძალა,

\vec{F}_x – მორბენლის წონის გამბათილებელი შვეული მდგენელი,

\vec{F}_y – ამაჩქარებელი თარაზული მდგენელი,

\vec{w} – მორბენლის წონა.



სურ. 4.1. მორბენალზე სტარტის მომენტში მოქმედი ძალები

5. ნიუტონის კანონების გამოყენება

წინა თავში ჩვენ განვმარტეთ მოძრაობის აღმწერი ნიუტონის სამი კანონი, როგორც კლასიკური მექანიკის საფუძველი. ამ თავში განვიხილავთ ნიუტონის კანონების პრაქტიკული გამოყენების მაგალითებს. ეს მოითხოვს გარკვეული ანალიტიკური უნარ-ჩვევების ფლობას და ამოცანების ამოხსნის სხვადასხვა ხერხების ცოდნას.

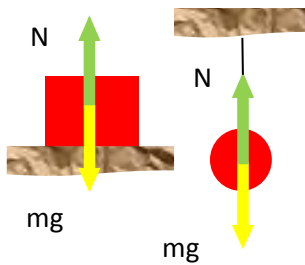
5.1. ნიუტონის პირველი კანონის გამოყენება: სხეულები წონასწორულ მდგომარეობაში

მე-4 თავში გავარკვეეთ, რომ სხეული წონასწორულ მდგომარეობაშია, თუ ის იმყოფება უძრავ მდგომარეობაში ან მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით ათვლის ინერციულ სისტემაში. ამ მდგომარეობას ნიუტონის პირველი კანონი აღწერს: *თუ სხეული წონასწორებაშია, მასზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედი ნულია*

$$\sum \vec{F} = 0 \quad (\text{სხეული წონასწორებაშია, ვექტორული სახე}) \quad (5.1)$$

ეს განტოლება ხშირად მდგენელებით აისახება:

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0. \quad (\text{სხეული წონასწორობაშია, მდგენელები}) \quad (5.2)$$



სურ. 5.1. სხეულთა წონასწორული მდგომარეობა

უმარტივესი მაგალითია სხეულის წრფივი თანაბარი მოძრაობა (ხახუნის უგულვებელყოფილია), როდესაც სხეულის სიმძიმის ძალა ბათილდება ზედაპირის/საყრდენის რეაქციის ძალით. იგივე ვითარებაა თოკზე დაკიდებული სხეულის შემთხვევა, როდესაც სიმძიმის ძალა ბათილდება თოკის დაჭიმულობის ძალით (იგივე საკიდლის რეაქციის ძალა).

5.2. ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენება: სხეულების დინამიკა

ახლა განვიხილოთ დინამიკის ამოცანები. ამ საკითხებს აღწერს ნიუტონის მეორე კანონი, როდესაც სხეულზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედი ნილისგან განსხვავდება. სხეული ამ დროს აღარ იმყოფება წონასწორულ მდგომარეობაში და, მაშასადამე, აჩქარებით მოძრაობს

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{ნიუტონის მეორე კანონი, ვექტორული სახე}) \quad (5.3)$$

ეს განტოლება ხშირად მდგენელებით აისახება:

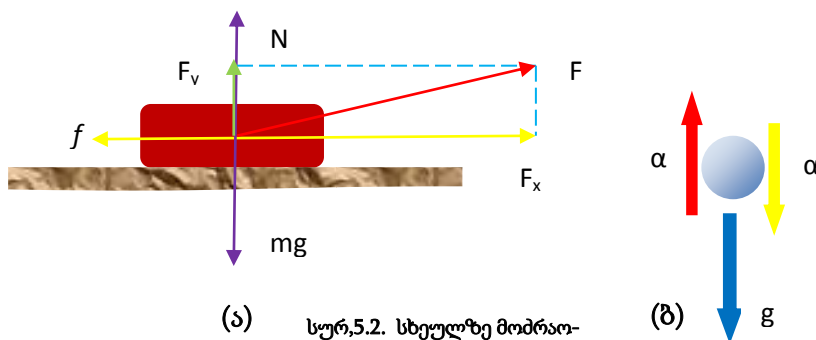
$$\sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y, \quad \sum F_z = ma_z. \quad (\text{ნიუტონის მეორე კანონი, მდგენელები}) \quad (5.4)$$

ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენების ერთერთი მაგალითის სახით განვიხილოთ სხეულის მოძრაობა კუთხით მიმართული ძალის მოქმედებით, როდესაც მასზე ხახუნის ძალაც მოქმედებს, ამ მოძრაობის ვექტორული განტოლება მოცემულია შემდეგი სახით:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{f},$$

მდგენელებით კი წარმოდგენილია შემდეგნაირად (სურ. 5.2ა):

$$ma_x = F_x - f = F_x - \mu N \Rightarrow N = mg - F_y \Rightarrow F_x - \mu(mg - F_y).$$



(ა) სურ.5.2. სხეულზე მოძრაობისას მოქმედი ძალები

თუ სხეული მოძრაობს შვეულად გარკვეული აჩქარებით, მისი წონა წონასწორულ მდგომარეობასთან შედარებით ($\vec{a} = 0$) იცვლება $\vec{w} = m\vec{g} + m\vec{a}$. თუ ამ გამოსახულებას დავა-

გეგმილებზე შვეულ y -ღერძზე, სხეულის აჩქარების ორი განსხვავებული (შვეულად ზემოთ და შვეულად ქვემოთ) მიმართულებისთვის მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებებს:

ა) სხეულის აჩქარება მიმართულია *შვეულად ზემოთ*. სიმძიმის ძალა მიმართულია შვეულად ქვემოთ, ხოლო წონა – შვეულად ზემოთ (საკიდელზეა მოდებული), მაშინ ტოლქმედი ma ძალა ამ ძალების სხვაობის ტოლია და მიმართულია სიდიდით მეტი ძალისკენ (w -კენ)

$$ma = w - mg, \quad w = mg + ma = m(g + a).$$

➤ *თუ სხეულის აჩქარება მიმართულია შვეულად ზემოთ, სხეული მიძიდება (მისი წონა მატულობს) და $w = m(g + a)$.*

ბ) სხეულის აჩქარება მიმართულია *შვეულად ქვემოთ*. მაშინ ტოლქმედი ma ძალა ამ ძალების სხვაობის ტოლია და, ცხადია, მიმართულია სიდიდით მეტი ძალისკენ (mg -კენ)

$$ma = mg - w, \quad w = mg - ma = m(g - a).$$

➤ *თუ სხეულის აჩქარება მიმართულია შვეულად ქვემოთ, სხეული მჩატდება (მისი წონა კლებულობს) და $w = m(g - a)$.*

➤ *სხეულის წონის კლების ზღვარია უწონობა – სხეულის ვარდნა უჰაერო სივრცეში g აჩქარებით (თავისუფალი ვარდნა), ამ შერმთხვევაში მისი წონა უტოლდება ნულს $w = m(g - a) \Rightarrow a = g \Rightarrow m(g - g) = 0$ (სურ. 5.2ბ).*

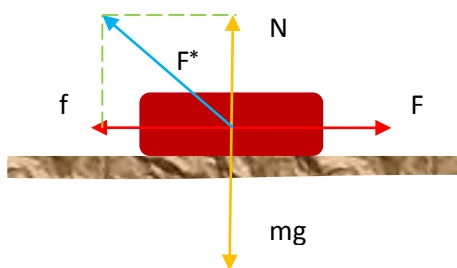
5.3. ხახუნის ძალები

როდესაც სხეული მოძრაობს რაიმე ზედაპირზე, მათი ურთიერთშეხებისას წარმოიქმება ძალა, რომელსაც ხახუნის ძალას უწოდებენ. ხახუნი მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ყოველდღიურ ცხოვრებაში. ზეთი მანქანის ძრავაში ამცირებს ხახუნს ძრავის მოძრავ ნაწილებს შორის (დღუმსა და ცილინდრის კედლებს შორის), თუმცა მანქანის საბურავებსა და გზას შორის ამდრული ხახუნი უზრუნველყოფს მანქანის მოძრაობას.

მოძრაობის და უძრაობის ხახუნი

როდესაც ჩვენ ვცდილობთ ადგილიდან დავძრათ მძიმე საგანი, ის არ ამოძრავდება, ვიდრე ჩვენ არ მოვდებთ მას გარკვეულ ძალას. როდესაც ის ამოძრავდება, მისი მოძრაობის შენარჩუნება, როგორც წესი, შეიძლება ნაკლები ძალის მოდებით, ვიდრე მის ადგილიდან დაძვრას დასჭირდა. თუ საგნის მასა შევამცირებთ, ნაკლები ძალა იქნება საჭირო როგორც მისი ამოძრავებისთვის, ისე მოძრაობის შენარჩუნებისთვის.

როდესაც სხეული უძრავია ან მისრიალებს რაიმე ზედაპირზე, ამ ზედაპირის მხრიდან სხეულზე მოქმედებს ე.წ. **საყრდენის რეაქციის** ძალა (სურ. 5.3). ამ ძალის წარმოქმნის წინაპირობაა შეხებაში მყოფი სხეულების მოლეკულების ურთიერთქმედება. რეაქციის ძალის შვეული მდგენელია \vec{N} , მას **შვეულ ძალას** უწოდებენ, ხოლო ზედაპირის პარალელური (თარაზული), **ხახუნის ძალად** წოდებული, მდგენელია \vec{f} . შევნიშნოთ, რომ $\vec{N} \perp \vec{f}$. როდესაც



სურ. 5.3. სხეულის მოძრაობა ხახუნის ძალის მოქმედებით

საც სხეული მისრიალებს რაიმე ზედაპირზე, აღიმკვრება **სრიალის ხახუნის ძალა**, რომელიც სხეულის ფარდობითი მოძრაობის მიმართულების *საპირისპიროა*. უძრავ სხეულზე კი უძრაობის **ხახუნის ძალა** მოქმედებს, რომელიც *ხელს გვიშლის* ამ სხეულის ადგილიდან დაძვრაში. ცდების საფუძველზე დადგინდა, რომ სრიალის ხახუნის ძალის მოდული შვეული ძალის მოდულის პროპორციულია ანუ

$$f = \mu N, \quad (5.5)$$

μ კოეფიციენტს **სრიალის ხახუნის კოეფიციენტი** ეწოდება. რაც უფრო გლუვია ზედაპირი, მით ნაკლებია სრიალის ხახუნის კოეფიციენტი.

თუ სხეული მიგორავს რაიმე ზედაპირზე, შემოგვაქვს **გორვის ხახუნის კოეფიციენტის** μ^* ცნება, ის, როგორც წესი, ნაკლებია სრიალის ხახუნის კოეფიციენტზე ($\mu^* < \mu$).

მყარი სხეულის სითხესა ან აირში მოძრაობისას, ან სითხის/აირის სხვადასხვა ფენების ურთიერთმოძრაობისას აღიმკვრება ე.წ. **ბლანტი ხახუნის ძალა**, რომელიც, მშრალი ხახუნის ძალისგან განსხვავებით, მოძრაობის სიჩქარეზე დამოკიდებულია. ამ დამოკიდებულებას მეტად საინტერესო ხასიათი აქვს:

- დაბალ სიჩქარეზე ხახუნის ძალა სიჩქარის მოდულის პროპორციულია ($f = rv$),
- მაღალ სიჩქარეებზე – სიჩქარის მოდულის კვადრატის ($f = rv^2$).

ზღვარი დაბალ და მაღალ სიჩქარეებს შორის ისევე, როგორც **ბლანტი ხახუნის r კოეფიციენტის** მნიშვნელობა, საკმარისად პირობითია და დამოკიდებულია ყოველი კონკრეტული შემთხვევის აღმწერ ფიზიკურ სიდიდეებზე.

5.4. ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკა

ადრე გავარკვიეთ, რომ წრეწირზე თანაბარი ბრუნვისას ($|\vec{v}| = const$) სხეულის აჩქარება მიმართულია წრეწირის რადიუსის გასწვრივ მის ცენტრისკენ და მისი მოდულია

$$a_{\theta} = v^2/R. \quad (5.6)$$

ამ აჩქარებას *ცენტრისკენულს* ვუწოდებთ. შესაბამისად, ამ აჩქარების გამომწვევ ძალას, რომელიც მოქმედებს მბრუნავ სხეულზე და ასევე წრეწირის ცენტრისკენაა მიმართული (ანუ სხეულის მოძრაობის/სიჩქარის მიმართულების მართობულია) *ცენტრისკენული ძალა* ეწოდება და ის გამოისახება ფორმულით

$$F_{\theta} = mv^2/R. \quad (5.7)$$

5.5. ბუნების ფუნდამენტური/ძირითადი ძალები

ჩვენ განვიხილეთ სხვადასხვა სახის ძალები – *სიმძიმის, დრეკადობის, მშრალი და ბლანტი ხახუნის, საყრდენ/საკიდლის რეაქციის* – და სწავლების მსვლელობისას შევხვდებით სხვებსაც. აქ ისმის კითხვა: სულ რამდენი სახეობის ძალა არსებობს? ამჟამინდელი ცნობიერებიდან გამომდინარე, ყველა ძალა *ფუნდამენტური* ძალების სულ *ოთხ* განსხვავებულ სახეობად იყოფა. ორი მათგანი კარგად არის ცნობილი ყოველდღიური გამოცდილებიდან.

დანარჩენი ორი აღიძვრება ელემენტარული ნაწილეკების ურთიერთქმედებისას და მათზე დაკვირვება განსაკუთრებული ხელსაწყო/დანადგარების გარეშე შეუძლებელია.

გრავიტაციული ურთიერთქმედება გულისხმობს **სიმძიმის ძალის** მოქმედებას სხეულებზე *დედამიწის* მხრიდან. ეს ძალა ცალკეულ სხეულებს შორისაც არსებობს, თუმცა სიმცირის გამო მხედველობაში არ მიიღება. მოგვიანებით ეს ძალა უფრო დეტალურად იქნება შესწავლილი.

შემდეგი კარგად ცნობილი ძალა აღიძვრება **ელექტრომაგნიტური ურთიერთქმედებისას** და **ელექტრულ** და **მაგნიტურ** ძალებს მოიცავს. **ელექტრული** ძალა აღიძვრება დამუხტულ სხეულებს შორის, და განპირობებულია ატომების განცალკევებული დადებითი და უარყოფითი მუხტების ურთიერთქმედებით. ეს ურთიერთქმედება აღძრავს ასევე მრავალ სხვა ძალას: *რეაქციის, მშრალი და ბლანტი ხახუნის* და სხვა. **მაგნიტური** ძალები, რომლებიც აღიძვრება მაგნიტებს შორის ან მაგნიტსა და რკინას შორის, აღიძვრება მოძრავი დამუხტული ნაწილაკების მიერ. ამ ძალებს ფიზიკის კურსის მეორე ნაწილში შევისწავლით.

ორი დანარჩენი სახეობა ნაკლებად ცნობილია. *ერთ* მათგანს **ძლიერ ურთიერთქმედებას** უწოდებენ. ეს ძალები მოქმედებს ატომბირთვის შიგნით, უზრუნველყოფს მის მთლიანობას და მათ **ძლიერ ბირთვულ ძალებს** უწოდებენ. ძლიერი ურთიერთქმედება ძირეულ როლს ასრულებს თერმობირთვულ რეაქციებში, რომლებიც მზეზე მიმდინარეობს და მზის მიერ სითბოს და სინათლის გამოსხივებას უზრუნველყოფს. *და ბოლოს*, არსებობს **სუსტი ურთიერთქმედება**. მისი დიაპაზონი ძალიან ვიწროა და ის მოქმედებს მხოლოდ ბირთვულ და უფრო მცირე დონეზე. სუსტი ურთიერთქმედება ჩნდება *ბეტა-დაშლის* სახელით ცნობილი რადიაქტიური გამოსხივებისას, როდესაც რადიაქტიურ ბირთვში *ნეიტრონი* გარდაიქმნება *პროტონად*, ამასთან ის ასხივებს *ელექტრონს* და მასის თითქმის არ მქონე *ანტინეიტრონოს*. ანტინეიტრონოს ურთიერთქმედება გარემოსთან იმდენად სუსტია, რომ მას ადვილად შეუძლია გავიდეს *მილიონი კილომეტრის სისქის ტყვიის კედელში!* კოსმოსში გიგანტური ვარსკვლავის აფეთქებისას ენერგია სწორედ სუსტი ურთიერთქმედებით გამოიყოფა. გასული საუკუნის 60-იან წლებში ფიზიკოსებმა შეიმუშავეს თეორია, რომელიც ელექტრომაგნიტურ და სუსტ ურთიერთქმედებებს აღწერდა, როგორც ერთიანი *ელექტრო-სუსტი ურთიერთქმედების* ცალკეულ ნაწილებს. ამ თეორიამ წარმატებით გაიარა ყველა სახის ცდისეული შემოწმება. ამ წარმატებით გათამამებული მეცნიერები შეეცადდნენ აღწერათ ძლიერი, ელექტრომაგნიტური და სუსტი ურთიერთქმედება *ერთიანი დიდი გაერთიანებული თეორიის* ნაწილებად, და გადადგეს ნაბიჯები ყველა სახის ურთიერთქმედების გაერთიანებისკენ *ყველაფრის თეორიაში*. ასეთი თეორიები ჯერჯერობით ლამის ფანტაზიის დონეზეა, და მიმდინარე კვლევების ამ ძალიან აქტიურ სფეროში ჯერ მრავალი პასუხგაუცემელი კითხვა არსებობს.

მუშაობა, ენერგია, შენახვის კანონები

6. მუშაობა და კინეტიკური ენერგია

სხეულის მოძრაობაზე დაკვირვებისას და მისი სიჩქარის განსაზღვრისას ხშირად ვაწყდებით სხეულებზე ცვალებადი ძალების მოქმედებას, რის გამოც კვლევის ნაცადი ხერხები საკმარისი აღარ არის. მაგრამ არსებობს სხვა ხერხებიც და ფიზიკური სიდიდეები, რომლების შესწავლას ამ თავიდან ვიწყებთ.

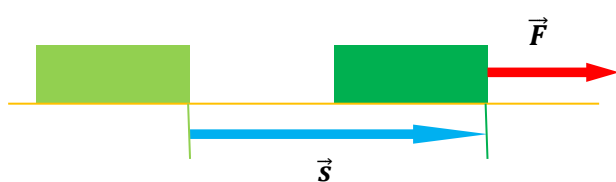
დავიწყოთ **მუშაობისა** და **ენერგიის** ცნებების შემოღებით. ეს ორი ცნება მჭიდრო კავშირშია ერთმანეთთან:

- ენერგია განისაზღვრება, როგორც მუშაობის შესრულების უნარი.
- მუშაობა ენერგიის ცვლილების ტოლია.

ენერგიის იდეა გამომდინარეობს ენერგიის შენახვის კანონიდან. ენერგია არის სიდიდე, რომელიც გარდაიქმნება ერთი სახიდან მეორეში, თუმცა ის არ წარმოიქმნება არაფრისგან და არც ქრება უგზოუკვლოდ. ამასთან, *სისტემის სრული ენერგია – სისტემაში ყველა არსებული ენერგიების ჯამი – უცვლელი რჩება*. ამ დებულებიდან გადახვევა არ არსებობს.

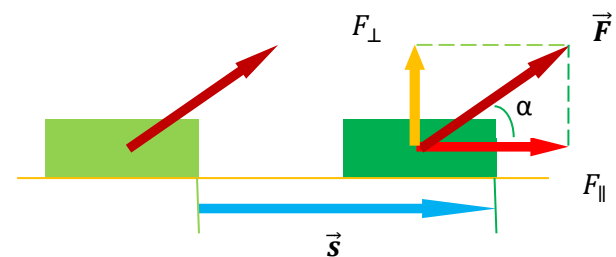
ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ **მექანიკურ ენერგიას**, კერძოდ, მის ერთერთ ნაირსახეობას – **კინეტიკურ ენერგიას (მოძრაობის ენერგიას)** და მის კავშირს მუშაობასთან. ასევე ჩვენ ვისწავლით **სიმძლავრეს**, რომელიც მუშაობის შესრულების სისწრაფეს წარმოადგენს (შესრულებული მუშაობის ფარდობას დროის შესაბამის შუალედთან).

6.1. მუშაობა



სურ. 6.1. მუშაობას ასრულებს სხეულის გადაადგილების თანხვედრითი ძალა

ლი ასრულებს \vec{s} გადაადგილებას. ძალის და გადაადგილების მიმართულებები თანხვედრითია (სურ. 6.1). ამ დროს მუშაობა ამ სიდიდეების მოდულების ნამრავლის ტოლია (იგულისხმება, რომ ძალა მუდმივია)



სურ. 6.2. მუშაობას ასრულებს მოძრაობის მიმართულებისადმი კუთხით მიმართული ძალა

ყოველდღიურ ცხოვრებაში ჩვენ ვსაზღვრავთ მუშაობას, როგორც *ქმედებას, რომელიც საჭიროებს ფიზიკურ ან გონებრივ დატვირთვას*. ფიზიკაში მუშაობას აქვს გაცილებით ზუსტი განსაზღვრა. კერძოდ, მექანიკური მუშაობა სრულდება მაშინ, როდესაც რაიმე \vec{F} ძალის მოქმედებით სხეუ-

$$W = Fs. \quad (6.1)$$

SI სისტემაში მუშაობის ერთეულია **ჯოული** (**ჯ**), ინგლისელი ფიზიკოსის *ჯეიმს პრესკოტ ჯოულის* პატივსაცემად ($1 \text{ჯ} = 1 \text{ნ}\cdot\text{მ}$). გამოსახულება (6.1) აღწერს მუშაობის მხოლოდ ერთ კერძო შემთხვევას (ძალისა

და გადაადგილების თანხვედნილ მიმართულებას). ზოგადად, ძალას შეუძლია სხეულზე იმოქმედოს გადაადგილებისადმი გარკვეული α კუთხით (სურ. 6.2). ამ შემთხვევაში სხეულზე მოქმედ ძალას ორი მდგენელი აქვს: ერთი $F_{\parallel} = F \cos \alpha$ გადაადგილების თანხვედნილი და მეორე, $F_{\perp} = F \sin \alpha$, გადაადგილების მართობული. აქედან მხოლოდ პირველი მათგანი (თანხვედნილი მდგენელი) ამოძრავებს სხეულს და ასრულებს მუშაობას

$$W = F_{\parallel} s = F s \cos \alpha \quad (6.2)$$

მაშინ, როდესაც მეორე (მართობული მდგენელი) არ ასრულებს მუშაობას. (6.2) წარმოადგენს ორი ვექტორის სკალარულ ნამრავლს, ანუ მუშაობა სკალარული სიდიდეა. ვექტორული სახით (6.2) გადაიწერება შემდეგი სახით:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}. \quad (6.3)$$

(6.2)-დან გამომდინარე მუშაობა შეიღძება იყოს დადებითი, უარყოფითი ან ნულის ტოლი: თუ ძალისა და გადაადგილების მიმართულებები თანხვედნილია, მაშინ

$$\alpha = 0, \quad \cos \alpha = 1, \quad W = F s$$

ანუ სრულდება დადებითი მუშაობა.

თუ ძალისა და გადაადგილების მიმართულებები ურთიერთსაპირისპიროა, მაშინ

$$\alpha = 180^\circ, \quad \cos \alpha = -1, \quad W = -F s$$

ანუ სრულდება უარყოფითი მუშაობა.

და ბოლოს, თუ ძალისა და გადაადგილების მიმართულებები ურთიერთმართობულია, მაშინ

$$\alpha = 90^\circ, \quad \cos \alpha = 0, \quad W = 0$$

ანუ მუშაობა არ სრულდება (ის ნულის ტოლია).

6.2. კინეტიკური ენერჯია, მუშაობა-კინეტიკური ენერჯიის თეორემა, ცვლადი ძალები

გარე ძალების მიერ სხეულის გადაადგილებაზე შესრულებული ჯამური მუშაობა დაკავშირებულია მისი ადგილმდებარეობის ცვლილებასთან. მაგრამ ის ასევე უკავშირდება სხეულის სიჩქარის ცვლილებას. კერძოდ, თუ ხსენებული ძალების ჯამური მუშაობა დადებითია ($W > 0$), სხეული ჩქარდება ანუ მისი სიჩქარე მატულობს. თუ ჯამური მუშაობა უარყოფითია ($W < 0$), სხეული მუხრუჭდება (მისი სიჩქარე კლებულობს) და, ბოლოს, თუ მუშაობა არ სრულდება ($W = 0$), სხეულის სიჩქარე არ იცვლება.

ზოგად შემთხვევაში სხეულზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი ცვლადი სიდიდეა ($\vec{F} \neq \text{const}$). მაშინ სხეულის მოძრაობაზე ამ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის განსაზღვრისთვის განვიხილოთ მისი მოძრაობის ტრაექტორიის უსასრულოდ მცირე $d\ell$ მონაკვეთი, რომელზეც F ძალა პრაქტიკულად ვერ ასწრებს შეცვლას და შეიძლება მუდმივ სიდიდედ ჩაითვალოს. შესაბამისად, ამ მონაკვეთზე შესრულებული ასევე უსასრულოდ მცირე dW მუშაობა განისაზღვრება სტანდარტული ფორმულით

$$dW = Fd\ell.$$

ძალა გამოვსახოთ ნიუტონის მეორე კანონიდან $F = ma$, აქ აჩქარება სიჩქარის პირველი წარმოებულია დროით $a = dv/dt$. ამ გამოსახულებების მუშაობის ფორმულაში ჩასმით ვიღებთ:

$$dW = m \frac{dv}{dt} d\ell, \text{ მაგრამ } \frac{d\ell}{dt} = v \text{ და } dW = mv dv.$$

სხეულის მოძრაობის ტრაექტორიის გარკვეულ სასრულო ℓ უბანზე სხეულის გადაადგილებაზე შესრულებული მთლიანი მუშაობის გამოსათვლელად საჭიროა ცალკეულ უსასრულოდ მცირე $d\ell$ მონაკვეთებზე შესრულებული ასევე უსასრულოდ მცირე dW მუშაობების შეკრება ანუ ინტეგრირების ჩატარება მთელ ℓ უბანზე:

$$W = \int dW = \int_{\ell} Fd\ell = \int_v mv dv = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = m \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = K_2 - K_1 = \Delta K.$$

აქ $K = mv^2/2$ არის **სხეულის კინეტიკური ენერგია**. მაშასადამე,

- *სხეულზე მოქმედი ძალების ტოლქმედის მიერ შესრულებული მუშაობა მისი კინეტიკური ენერგიის ცვლილების ტოლია.*

ეს არის ე.წ. **მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა**,

$$W = K_2 - K_1 = \Delta K. \quad (6.4)$$

(6.4)-დან გამომდინარეობს **კინეტიკური ენერგიის ფიზიკური არსი**: თუ სხეულის მოძრაობაზე დაკვირვების საწყის მომენტში ის უძრავი იყო ($K_1 = 0$), მაშინ

$$W = K - 0 = K = \frac{mv^2}{2}.$$

- *სხეულის კინეტიკური ენერგია იმ მუშაობის ტოლია, რომელიც სრულდება უძრავი სხეულის მის ამჟამინდელ სიჩქარემდე აჩქარებისთვის*

და პირიქით,

- *სხეულის კინეტიკური ენერგია იმ მუშაობის ტოლია, რომელსაც ასრულებს მოძრავი სხეული სრულ გაჩერებამდე.*

6.3. მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა მრუდწირული მოძრაობისას

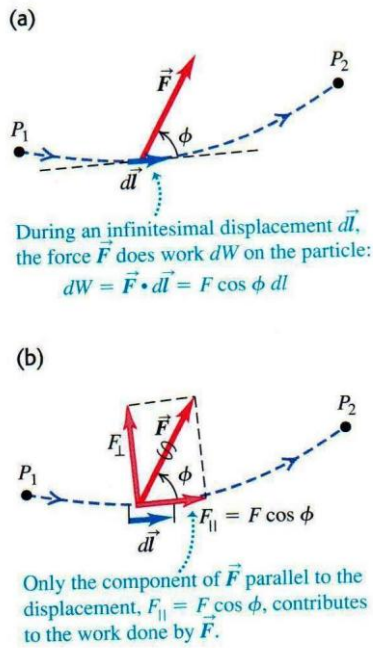
გავარკვიოთ, რა მუშაობას ასრულებს ცვლადი ძალა, რომლის გავლენით სხეული ასრულებს მრუდწირულ მოძრაობას (ძალა იცვლება როგორც სიდიდით, ისე მიმართულებით). განვიხილოთ სხეული, რომელიც გადაადგილდა რკალზე P_1 წერტილიდან P_2 წერტილში. ძალის ცვალებადობის გამო დავყოთ რკალი უსასრულოდ მცირე $d\vec{\ell}$ გადაადგილებებად. რკალის ყოველ წერტილში ეს უსასრულოდ მცირე ვექტორები მხების გასწვრივაა მიმართული. თითოეულ წერტილში სხეულზე მოქმედი \vec{F} ძალა ადგენს $d\vec{\ell}$ -თან ϕ კუთხეს.

შესაბამისად, ამ ძალის მიერ $d\vec{\ell}$ გადაადგილებაზე შესრულებული უსასრულოდ მცირე dW მუშაობა ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$dW = F \cos \phi d\ell = F_{\parallel} d\ell = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

სადაც $F_{\parallel} = F \cos \phi$ \vec{F} ძალის მდგენელია $d\vec{\ell}$ მიმართულებით (სურ.6.23). სხეულის გადაადგილებისას P_1P_2 რკალზე \vec{F} ძალის მიერ შესრულებული სრული მუშაობა გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F \cos \phi d\ell = \int_{P_1}^{P_2} F_{\parallel} d\ell = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}. \quad (6.5)$$



სურ. 6.3.

რადგან ჩვენ (6.5)-ის გამოყვანისას რკალი დავყავით მცირე წრფივ მონაკვეთებად, მოქმედი \vec{F} ძალა თითოეულ უსასრულოდ მცირე მონაკვეთზე მუდმივია. ამიტომ ეს განტოლება ექვემდებარება მუშაობა-კინეტიკური ენერჯის თეორემას, რომელიც ადრე იყო მიღებული წრფივი მოძრაობისთვის.

მამასადამე, დავასკვნით, რომ მუშაობა-კინეტიკური ენერჯის თეორემის განტოლება $W = K_2 - K_1 = \Delta K$ მართებულია ნებისმიერი სახის მოძრაობისთვის და ზოგადი ხასიათისაა.

6.4. სიმძლავრე

მუშაობის შესრულება არ არის პირდაპირ დაკავშირებული დროსთან. მეტწილად მნიშვნელოვანია მხოლოდ შესრულებული მუშაობის მოცულობა და არა მისი ხანგრძლივობა. თუმცა ზოგჯერ საჭიროა იმის ცოდნა, თუ რამდენად სწრაფად სრულდება მუშაობა. ეს გარემოება აღიწერება **სიმძლავრით**. სიმძლავრე სკალარული სიდიდეა.

- *სიმძლავრე განისაზღვრება მუშაობის ფარდობით იმ დროსთან, რა დროშიც შესრულდა ეს მუშაობა.*

თუ W მუშაობა შესრულდა რაღაც t დროის შუალედში, ამ მუშაობის შეფარდება შესაბამის დროსთან გვაძლევს ე.წ. *საშუალო სიმძლავრეს*

$$\bar{P} = W/t. \quad (6.6)$$

ასევე შემოვიღოთ *მყისი სიმძლავრის* ცნება. ის არის მუშაობის წარმოებული დროით:

$$P = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{W}{t} = \frac{dW}{dt}. \quad (6.7)$$

SI სისტემაში სიმძლავრის ერთეულია **ვატი (ვტ)**, ინგლისელი გამომგონებლის *ჯეიმს ვატის* პატივსაცემად, რომელმაც შემოიღო სიმძლავრის ცნება, როგროც მანქანა-მექანიზმების

მთავარი მახასიათებელი (ვტ = ჯ/წმ). ვატის სიმცირის გამო პრაქტიკაში ხშირად იყენებენ კილოვატებსა (კვტ) და მეგავატებს (მგვტ). 1კვტ = 10³ ვტ, 1 მგვტ = 10⁶ ვტ.

მოდრავი მოწყობილობები ხასიათდება სიმძლავრის სხვა ფორმულით, რომელიც უფრო მოსახერხებელია ამგვარ ვითარებაში:

$$P = dW/dt = Fd\ell/dt \Rightarrow d\ell/dt = v \Rightarrow Fv. \tag{6.8}$$

სიმძლავრე ასევე გამოისახება ძალისა და სიჩქარის ვექტორების ნამრავლით

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}. \tag{6.9}$$

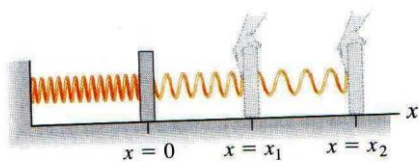
7. პოტენციური ენერგია და ენერჯის შენახვის კანონი

სხეულზე მოქმედი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის გათვლისას ვისარგებლოთ ახლა საკმაოდ განსხვავებული მიდგომით, რომელშიც გამოიყენება *პოტენციური ენერჯის* ცნება, ენერჯის, რომელიც უკავშირდება სხეულის ადგილმდებარეობას და მის ურთიერთქმედებას სხვა, გარემომცველ სხეულებთან (*გრავიტაციული პოტენციური ენერგია*). აქვე განიხილება სხეულის შემადგენელი ნაწილაკების ურთიერთქმედების ენერგია (*დრეკად-დეფორმირებული სხეულის პოტენციური ენერგია*).

ამ თავში ასევე დამტკიცდება, რომ ზოგიერთ შემთხვევაში სისტემის კინეტიკური და პოტენციური ენერჯიების ჯამი, რომელსაც სისტემის *სრული მექანიკური ენერგია* ეწოდება, სისტემის მოძრაობისას მუდმივი რჩება. ამას მივყავართ *ენერჯის შენახვის კანონის* ზოგად განმარტებამდე, რომელიც წარმოადგენს ერთერთ ყველაზე ფუნდამენტურ მტკიცებულებას მეცნიერებაში.

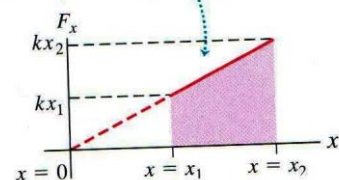
7.1. დრეკადდეფორმირებული სხეულის (დრეკადობის) პოტენციური ენერგია

ერთერთი ყველაზე ცნობილი ცვლადი ძალაა *დრეკადობის ძალა*, რომელიც აღიძვრება დრეკადი სხეულების დეფორმაციისას, მაგალითად, ზამბარის გაჭიმვა/შეკუმშვისას.



(b) Force-versus-distance graph

The trapezoidal area under the graph represents the work done on the spring to stretch it from $x = x_1$ to $x = x_2$: $W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$



სურ. 7.1.

გამოვთვალოთ მუშაობა, რომელიც სრულდება დრეკადობის ძალის მიერ, როდესაც რაიმე გარე ძალა (რიცხობრივად დროის ნებისმიერ მომენტში დრეკადობის ძალის ტოლი) ჭიმავს k სიხისტის მქონე ზამბარას (სურ. 7.1). ამ დროს დრეკადობის ძალა მიმართულია ზამბარას წვერის გადაადგილების საპირისპიროდ და, მათსადამე, ასრულებს უარყოფით მუშაობას. ის ცვლადი ძალაა – რაც უფრო მეტია ზამბარის წაგრძელება, მით მეტია დრეკადობის ძალაც ($\vec{F} = -k\vec{x}$). ამიტომ დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ უსასრულოდ მცირე dx მონაკვეთი, რომელზეც დრეკადობის F ძალა პრაქტიკულად ვერ ასწრებს შეცვლას და შეიძლება

მუდმივ სიდიდედ ჩაითვალოს. შესაბამისად, ამ მონაკვეთზე

შესრულებული ასევე უსასრულოდ მცირე dW მუშაობა განისაზღვრება სტანდარტული გამოსახულებით

$$dW = -Fdx = -kxdx.$$

ზამბარის რაიმე სასრულო $x = x_2 - x_1$ წაგრძელებისას შესრულებული მთლიანი მუშაობის გამოსათვლელად საჭიროა ცალკეულ უსასრულოდ მცირე dx მონაკვეთებზე შესრულებული ასევე უსასრულოდ მცირე dW მუშაობების შეკრება (ინტეგრირების ჩატარება მთელ x უბანზე:

$$W = \int dW = - \int_x kx dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x dx = -k \left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} \right) = - \left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} \right) = -(U_2 - U_1) = -\Delta U.$$

აქ $U = kx^2/2$ არის **დრეკადდეფორმირებული სხეულის პოტენციური ენერგია**. მაშასადამე,

- *დრეკადდეფორმირებულ სხეულში აღძრული დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა მისი პოტენციური ენერგიის ცვლილების ტოლია მინუს ნიშნით.*

$$W = -(U_2 - U_1) = -\Delta U. \quad (7.1)$$

მინუს (-) ნიშანი ჩნდება იმის გამო, რომ სხეულის პოტენციური ენერგიის ზრდისას დრეკადობის ძალა უარყოფით მუშაობას ასრულებს.

ზოგადად, პოტენციური ენერგია *ურთიერთქმედების* ენერგიაა. გარე ზემოქმედების შედეგად დრეკადდეფორმირებულ სხეულში მის შემადგენელ მოლეკულებს შორის აღიძვრება ისეთი სახის ურთიერთქმედება (მიზიდვა/განზიდვის ძალები), რომელიც აბრუნებს სხეულს პირვანდელ/არადეფორმირებულ მდგომარეობაში.

(7.1)-დან გამომდინარეობს *დრეკადდეფორმირებული სხეულის პოტენციური ენერგიის ფიზიკური არსი*: თუ სხეულზე დაკვირვების საწყის მომენტში ის არადეფორმირებული იყო ($U_1 = 0$), მაშინ

$$W = U - 0 = U = \frac{kx^2}{2}.$$

- *დრეკადდეფორმირებული სხეულის პოტენციური ენერგია იმ მუშაობის ტოლია, რომელიც სრულდება არადეფორმირებული სხეულის მოცემულ წაგრძელებამდე გაჭიმვისას*

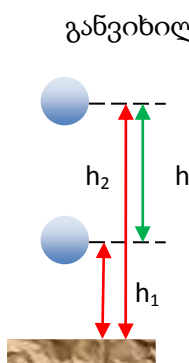
და პირიქით,

- *დრეკადდეფორმირებული სხეულის პოტენციური ენერგია იმ მუშაობის ტოლია, რომელიც სრულდება მის არადეფორმირებულ მდგომარეობაში გადასაყვანად.*

7.2. გრავიტაციული (მსოფლიო მიზიდულობის) პოტენციური ენერგია

როგორც უკვე ავღნიშნეთ, პოტენციური ენერგია ურთიერთქმედების ენერგიაა. თუ ამ ურთიერთქმედებას ვიხილავთ ცალკეულ სხეულებს შორის, მაშინ პოტენციური ენერგია

შეიძლება განისაზღვროს, როგორც სხეულის მდებარეობის ენერჯია. აქედან გამომდინარე, შეიძლება წარმოვიდგინოთ სხეულის წონასთან და მისი დედამიწის ზედაპირიდან გარკვეულ სიმაღლეზე ყოფნასთან დაკავშირებული პოტენციური ენერჯიის არსებობა. ასეთ პოტენციურ ენერჯიას **გრავიტაციულ პოტენციურ ენერჯიას** უწოდებენ (სურ. 7.2).



სურ. 7.2.

განვიხილოთ m მასის სხეული, რომელიც აიტანეს რაღაც საწყისი h_1 სიმაღლიდან უფრო მეტ h_2 სიმაღლეზე. ამ დროს სხეული ასრულებს h გადაადგილებას ($h = h_2 - h_1$). სხეულის შვეულად ზემოთ მოძრაობისას mg სიმძიმის/მსოფლიო მიზიდულობის ძალა ასრულებს უარყოფით მუშაობას, რომელიც მიიღება შემდეგი მსჯელობის საფუძველზე:

$$W = -mgh = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1) = -(U_2 - U_1) = -\Delta U.$$

აქ $U = mgh$ არის **გრავიტაციული (მსოფლიო მიზიდულობის) პოტენციური ენერჯია**. მინუს (-) ნიშანი ჩნდება იმის გამო, რომ სხეულის პოტენციური ენერჯიის ზრდისას დრეკადობის ძალა უარყოფით მუშაობას ასრულებს. მაშასადამე,

- *სიმძიმის/მსოფლიო მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა მისი პოტენციური ენერჯიის ცვლილების ტოლია მინუს ნიშნით.*

$$W = -(U_2 - U_1) = -\Delta U. \tag{7.2}$$

მინუს (-) ნიშანი ჩნდება იმის გამო, რომ სხეულის პოტენციური ენერჯიის ზრდისას სიმძიმის/მსოფლიო მიზიდულობის ძალა უარყოფით მუშაობას ასრულებს.

(7.2)-დან გამომდინარეობს **გრავიტაციული პოტენციური ენერჯიის ფიზიკური არსი**: თუ სხეულზე დაკვირვების საწყის მომენტში ის ენერჯიის ნულოვან დონეზე იმყოფებოდა ($U_1 = 0$), მაშინ

$$W = U - 0 = U = mgh.$$

- *ენერჯიის ნულოვანი დონიდან გარკვეულ სიმაღლეზე მყოფი სხეულის პოტენციური ენერჯია იმ მუშაობის ტოლია, რომელიც სრულდება მისი ატანისას მოცემულ სიმაღლეზე*

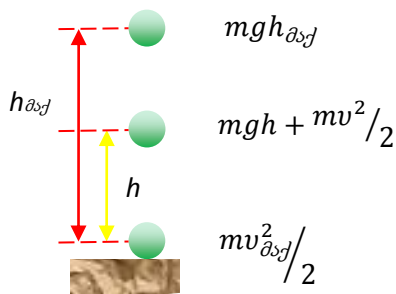
და პირიქით,

- *ენერჯიის ნულოვანი დონიდან გარკვეულ სიმაღლეზე მყოფი სხეულის პოტენციური ენერჯია იმ მუშაობის ტოლია, რომელიც სრულდება მისი დაქვეითებისას ენერჯიის ნულოვან დონეზე.*

ენერჯიის ნულოვანი დონე ზოგადი ცნებაა ყველა სახის ენერჯიისთვის. კერძოდ, კინეტიკური ენერჯიის ნულოვანი დონე შეესაბამება სხეულის უძრავ მდგომარეობას, დრეკადეფორმირებული სხეულის პოტენციური ენერჯიის ნულოვანი დონე – მის არადეფორმირებულ მდგომარეობას, ხოლო გრავიტაციული პოტენციური ენერჯიის ნულოვან დონედ კი შეიძლება ჩაითვალოს ნებისმიერი წერტილი, საიდანაც დაიწყება სიმაღლის ათვლა (ყველაზე ხშირად ნულოვან დონედ დედამიწის ზედაპირს იღებენ).

7.3. ენერგიის შენახვის (მუდმივობის) კანონი

ჩვენ გარემოცვაში მრავლად გვხვდება ვითარებები, როდესაც სხეულის კინეტიკური ენერგია გარდაიქმნება პოტენციურ ენერგიად და პირიქით. მაგალითად, თუ განვიხილავთ რაღაც სიმაღლიდან თავისუფლად ვარდნილ ბურთს, მისი საწყისი პოტენციური ენერგია ვარდნის პროცესში თანდათან გადადის კინეტიკურში ანუ, თუ თავიდან მას გააჩნდა მხოლოდ პოტენციური ენერგია $mgh_{\text{აქ}}$ რაღაც შუალედურ h სიმაღლეზე საწყისი ენერგიის



სურ. 7.3. ენერგიის გარდაქმნა სხეულის ვარდნისას

ნაწილი გარდაიქმნება კინეტიკურ ენერგიად ($mv^2/2$), ხოლო დედამიწის ზედაპირზე დაცემის მომენტში ბურთს მხოლოდ $mv^2_{\text{აქ}}/2$ კინეტიკური ენერგია ექნება, ანუ შესრულდება თანაფარდობა

$$mgh_{\text{აქ}} = mgh + mv^2/2 = mv^2_{\text{აქ}}/2.$$

აქედან ვასკვნით, რომ სხეულის/სისტემის სრული მექანიკური ენერგია, კინეტიკურს დამატებული პოტენციური, მუდმივი რჩება ანუ ინახება მოძრაობის განმავლობაში.

კონსერვატული ძალები

ძალას, რომელიც კინეტიკური ენერგიის პოტენციურში და პირიქით გარდაქმნის საშუალებას იძლევა, **კონსერვატული ძალა** ეწოდება (მოგეხსენებათ, რომ *კონსერვაცია* ნიშნავს *შენახვას*). მექანიკაში კონსერვატული ძალებია *მსოფლიო მიზიდულობის/გრავიტაციული* და *დრეკადობის* ძალები. კონსერვატული ძალის უმნიშვნელოვანესი თვისებაა მისი მუშაობის *შეცვადობა*. მაგალითად, შვეულად აგდებული სხეულის შემთხვევაში სიმძიმის ძალა ასრულებს *უარყოფით* მუშაობას, ხოლო უკან ვარდნისას – იგივე სიდიდის, *ოღონდ დადებითს*.

კონსერვატული ძალის მუშაობას აქვს *ოთხი* თვისება:

1. ის შეიძლება გამოისახოს, როგორც პოტენციური ენერგიის საწყისი და საბოლოო მნიშვნელობებს შორის სხვაობა.
2. ის შეცვლადია.
3. ის სხეულის მოძრაობის ტრაექტორიის დამოუკიდებელია და მხოლოდ მის საწყის და საბოლოო წერტილებზეა დამოკიდებული.
4. თუ მოძრაობისას სხეული უბრუნდება საწყის წერტილს, ანუ მოძრაობს შეკრულ წირზე, სრული მუშაობა ნულის ტოლია.

როდესაც მუშაობას მხოლოდ კონსერვატული ძალები ასრულებს, სრული მექანიკური ენერგია $E = K + U$ მუდმივი რჩება.

არაკონსერვატული ძალები

ავღნიშნოთ, რომ ყველა ძალა კონსერვატული არ არის. მაგალითად, რაიმე ზედაპირზე მოსრიალე სხეულზე მოქმედებს *სრიალის ხახუნის ძალა* და, რა მიმართულებითაც არ იმოძრავებს სხეული, წინ თუ უკან, სრიალის ხახუნის ძალა ყოველთვის (სხეულის ორივე მიმართულებით მოძრაობისას) შეასრულებს უარყოფით მუშაობას. ასე, რომ შეკრულ ტრანექტორიაზე მისი მუშაობა არავითარ შემთხვევაში არ იქნება ნულის ტოლი. რა თქმა უნდა, ამ დროს სრული მექანიკური ენერგია მუდმივი აღარ იქნება, ის შემცირდება, რადგან მისი ნაწილი გარდაიქმნება სხვა სახის ენერგიად (როგორც წესი, სითბურად). ცხადია, სრიალის ხახუნის ძალისთვის არ იარსებებს არც პოტენციური ენერგიის ცნება.

ასევე არ არის კონსერვატული *ბლანტი ხახუნის ძალაც*. ჰაერში ვარდნილ სხეულზე მოქმედი წინააღმდეგობის/ბლანტი ხახუნის ძალა უარყოფით მუშაობას ასრულებს სხეულის როგორც ზევით, ისე ქვევით მოძრაობისას.

ყველა ამ სახის ძალებს **არაკონსერვატული ძალები** ეწოდება. მათ მიერ შესრულებული მუშაობა არ აღიწერება პოტენციური ენერგიის ცვლილებით. რიგი არაკონსერვატული ძალებისა იწვევს სისტემის მექანიკური ენერგიის შემცირებას ანუ კლებას (დისიპატას) და მათ **დისიპატიურ ძალებს** უწოდებენ. მაგრამ არსებობს არაკონსერვატული ძალები, რომლებიც ზრდის მექანიკურ ენერგიას. მაგალითად მოვიყვანოთ ფოერვერკი, როდესაც აფეთქებისას წარმოქმნილ ნაწილაკებს უდიდესი კინეტიკური ენერგია აქვს ჟანგბადსა და დენტის აირს შორის ქიმიური რეაქციის წყალობით. მაგრამ ეს ძალები არაკონსერვატულია, რადგან პროცესი *შეუქცევადია*.

ენერგიის შენახვის (მუდმივობის) კანონი

ზოგად შემთხვევაში, რაიმე სისტემაში შემავალ ნებისმიერ სხეულს შეიძლება ჰქონდეს როგორც კინეტიკური, ისე პოტენციური ენერგია. ჩავთვალოთ, რომ სისტემაში სხეულებზე მოქმედებს მხოლოდ კონსერვატული ძალები. ამ ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა, ერთის მხრივ, სხეულის (-ების) კინეტიკური ენერგიის ცვლილების ტოლია, მეორეს მხრივ კი პოტენციურის, ოღონდ მინუს ნიშნით. ჩავწეროთ ეს თანაფარდობები ელემენტარული/უსასრულოდ მცირე ცვლილებებისას:

$$dW = \sum_i dK_i, \quad dW = - \sum_i dU_i. \quad (7.3)$$

გავუტოლოთ ერთმანეთს ამ გამოსახულებების მარჯვენა მხარეები და ჩავატაროთ მარტივი მათემატიკური გარდაქმნები

$$\sum_i dK_i = - \sum_i dU_i, \quad \sum_i dK_i + \sum_i dU_i = 0, \quad \sum_i d(K_i + U_i) = 0, \quad d \sum_i (K_i + U_i) = 0$$

ანუ

$$\sum_i (K_i + U_i) = \sum_i E_{i\text{სრული}} = \text{const}. \quad (7.4)$$

- *სხეულთა სისტემის სრული მექანიკური ენერგია მუდმივია/ინახება, თუ სხეულებს შორის ურთიერთქმედება ხორციელდება მხოლოდ კონსერვატული ძალებით*

ეს არის მექანიკური ენერჯის შენახვის (მუდმივობის) კანონი.

თუ სისტემაში არაკონსერვატული ძალებიც მოქმედებს, მათი მოქმედების შედეგი ვერ აღიწერება პოტენციური ენერჯით, სამაგიეროდ შეიძლება აღიწეროს სხვა სახის ენერჯიებით. მანქანის დამუხრუჭებისას საბურავები და გზის ხედაპირი თბება. ნივთიერების მდგომარეობის ასეთი ცვლილება დაკავშირებულია ენერჯიასთან, რომელსაც შინაგან ენერჯიას უწოდებენ. სხეულის ტემპერატურის მომატება უკავშირდება შინაგანი ენერჯის ზრდას, ტემპერატურის კლება კი შინაგანი ენერჯის შემცირებას. ცდებმა აჩვენა, რომ არაკონსერვატული ძალის (ხახუნის ძალის) მოქმედებისას სხეულის შინაგანი ენერჯის ცვლილება ზუსტად უტოლდება ხახუნის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის აბსოლუტურ მნიშვნელობას

$$\Delta U_{\text{შინ}} = -W^*,$$

სადაც $\Delta U_{\text{შინ}}$ არის შინაგანი ენერჯის ცვლილება, W^* – ხახუნის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა. ასეთ ვითარებაში (7.4) გადაიწერება შემდეგი სახით (სისტემის ენერჯიები საწყის მდგომარეობაში აღნიშნულია ინდექსით 1, საბოლოოში – ინდექსით 2):

$$K_1 + U_1 + W^* = K_2 + U_2 \quad \text{ან} \quad K_1 + U_1 - \Delta U_{\text{შინ}} = K_2 + U_2.$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნებს $\Delta K = K_2 - K_1$, $\Delta U = U_2 - U_1$, მივიღებთ:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{\text{შინ}} = 0. \tag{7.5}$$

ეს გამოსახულება წარმოადგენს ენერჯის შენახვის (მუდმივობის) კანონის ზოგად სახეს. როგორც ვხედავთ, სისტემის კინეტიკური, პოტენციური და შინაგანი ენერჯია შეიძლება იცვლებოდეს, მაგრამ მათი ჯამი ყოველთვის ნულია. ანუ, თუ რომელიმე ენერჯია იზრდება, სხვა ენერჯიები მცირდება. შინაგანი ენერჯის ცნების შემოღებით შეიძლება დავასკვნათ:

➤ ენერჯია არასდროს წარმოიქმნება ან ქრება, ის მხოლოდ იცვლის ნაირსახეობას.

ამ წესის დარღვევის ერთი შემთხვევა არ მომხდარა.

7.4. ძალა და პოტენციური ენერჯია

განხილული კონსერვატული ძალების (მსოფლიო მიზიდულობისა და დრეკადობის) ქცევისა და მოქმედების შესწავლის შემდეგ ჩვენ მივიღეთ შესაბამისი პოტენციური ენერჯიების გამოსახულებები, კერძოდ $\vec{F} = m\vec{g} \rightarrow U = mgh$ და $\vec{F} = -k\vec{x} \rightarrow U = kx^2/2$. მაგრამ ზოგჯერ ვხვდებით ისეთ ვითარებას, როდესაც მოცემულია პოტენციური ენერჯია, როგორც მდგომარეობის ფუნქცია, და გვიწევს შესაბამისი ძალის განსაზღვრა. ვაჩვენოთ, როგორ განვსაზღვროთ ძალა, რომელიც შეესაბამება მოცემულ პოტენციურ ენერჯიას. განვიხილოთ სხეულის წრფივი მოძრაობა x -დერძის გასხვრივ. ძალის x -მდგენელი და ენერჯია წარმოადგენს x -ს ფუნქციებს: $F_x(x), U(x)$. როგორც უკვე ვიცით, კონსერვატული ძალის მიერ სხეულის გადაადგილებაზე შესრულებული W მუშაობა პოტენციური ენერჯის ცვლილების ტოლია მინუს ნიშნით

$$W = -\Delta U.$$

გამოვიყენოთ ეს თანაფარდობა უსასრულოდ მცირე dx გადაადგილებისთვის. ამ დროს მოცემული ძალის მიერ შესრულებული ელემენტარული მუშაობა გამოისახება $F_x(x)dx$ ფორმულით, ხოლო პოტენციური ენერჯიის შესაბამისი უსასრულოდ მცირე ცვლილებაა dU . მაშასადამე $F_x(x)dx = -dU(x)$ და ძალა გამოისახება პოტენციური ენერჯიის წარმოებულით კოორდინატით (ერთგანზომილებიანი გამოსახულება):

$$F_x(x) = -dU(x)/dx \quad (7.6)$$

(7.6)-დან ვასკვნით: იმ ადგილებში, სადაც პოტენციური ენერჯია იცვლება ყველაზე სწრაფად ($dU(x)/dx$ დიდია), სრულდება ყველაზე დიდი მუშაობა და ძალის მოდული აღწევს უდიდეს მნიშვნელობას. ასევე, თუ ძალა მოქმედებს x -ღერძის გასხვრივ დადებითი მიმართულებით, x -ის ზრდისას $U(x)$ პოტენციური ენერჯია მცირდება. ეს ნიშნავს, რომ $F_x(x)$ -სა და $dU(x)/dx$ -ს ნამდვილად საპირისპირო ნიშნები უნდა ჰქონდეს.

(7.6)-ის ფიზიკური არსი შემდეგში მდგომარეობს:

- კონსერვატული ძალის მოქმედებით სისტემის პოტენციური ენერჯია კლებულობს.

(7.6)-ის შემოწმების მიზნით ჩავსვათ მასში დრეკადეფორმირებული სხეულის პოტენციური ენერჯიის გამოსახულება

$$F_x(x) = -\frac{d}{dx} \left(\frac{kx^2}{2} \right) = -kx,$$

მივიღეთ დრეკადეფორმირებულ სხეულში აღძრული დრეკადობის ძალის გამოსახულება, რაც ადასტურებს (7.6)-ის ჭეშმარიტებას.

ძალა და პოტენციური ენერჯია სამ განზომილებაში

ახლა განვიხილოთ სამგანზომილებიანი სივრცე, სადაც სხეული კონსერვატული ძალის მოქმედებით მოძრაობს XYZ-კოორდინატთა სისტემაში. F_x, F_y, F_z – მოქმედი ძალის მდგენელებია შესაბამის კოორდინატთა ღერძებზე. თითოეული მდგენელი ისევე, როგორც პოტენციური ენერჯია, x, y, z კოორდინატების ფუნქციაა. პოტენციური ენერჯიის ΔU ცვლილება სხეულის გადაადგილებისას x -ღერძის გასწვრივ მცირე Δx მონაკვეთზე $-F_x \Delta x$ -ის ტოლია და არ არის დამოკიდებული F_y -სა და F_z -ზე, რადგან ისინი გადაადგილების მართობულია და, მაშასადამე, მუშაობას არ ასრულებს. ძალის სამივე მდგენელისთვის ვღებულობთ ერთნაირ მიახლოებულ გამოსახულებებს:

$$F_x = -\Delta U / \Delta x, \quad F_y = -\Delta U / \Delta y, \quad F_z = -\Delta U / \Delta z.$$

ამ გამოსახულებების უფრო ზუსტი ფორმით ჩასაწერად გადავიდეთ ზღვარზე, როდესაც

$$\Delta x \rightarrow 0, \quad \Delta y \rightarrow 0, \quad \Delta z \rightarrow 0$$

და ამით წარმოდგენილ ფარდობებს წარმოებულებად ვაქცევთ. რადგან პოტენციური ენერგია შეიძლება იყოს სამივე კოორდინატის ფუნქცია, უნდა გვახსოვდეს, რომ ამ წარმოებულების გათვლისას მხოლოდ ერთი კოორდინატი იცვლება დროში. U პოტენციური ენერგიის x -ით გაწარმოებისას იგულისხმება y -ისა და z -ის მუდმივობა და მხოლოდ x -ის დროში ცვლილება და ა.შ. ასეთ წარმოებულს *კერძო წარმოებული* ეწოდება, d სიმბოლო იცვლება ∂ -თი ანუ $\partial U / \partial x$ საბოლოოდ ვღებულობთ:

$$F_x = -\partial U / \partial x, \quad F_y = -\partial U / \partial y, \quad F_z = -\partial U / \partial z. \quad (7.7)$$

ძალა შეიძლება ჩავწეროთ ვექტორული სახით, თუ გამოვიყენებთ ერთეულოვან ვექტორებს ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$)

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right). \quad (7.8)$$

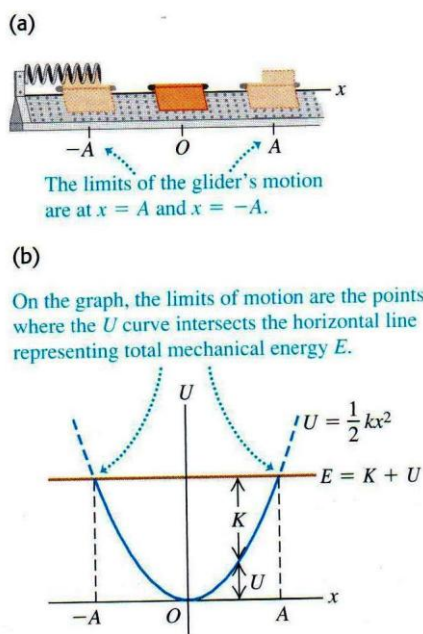
კერძო წარმოებულების შესაბამის ერთეულოვან ვექტორებზე ნამრავლების ჯამს ეწოდება *გრადიენტი* ($\vec{\nabla}$). მაშასადამე,

➤ ძალა არის პოტენციური ენერგიის გრადიენტი აღებული მინუს ნიშნით

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U. \quad (7.9)$$

7.5. ენერგიის დიაგრამები

თუ სხეული მოძრაობს წრფივად x -ღერძის გასწვრივ კონსერვატიული ძალის ზემოქმედებით, მაგალითად, k სიხისტის ზამბარაზე მიმაგრებული m მასის სხეული მოძრაობს ზამბარის დეფორმაციისას მასში აღძრული $F_x = -kx$ დრეკადობის ძალის მოქმედებით,



სურ. 7.4. ენერგიის დიაგრამები

მასზე დაკვირვება შეიძლება $U(x) = kx^2/2$ პოტენციური ენერგიის x -კოორდინატზე დამოკიდებულების გრაფიკის საშუალებით, რომელიც წარმოადგენს მრუდს (სურ. 7.4). თუ ზამბარის დრეკადობის ძალა სხეულზე მოქმედი ერთადერთი ჰორიზონტალურად მოქმედი ძალაა, მაშინ სხეულის სრული მექანიკური ენერგიაა $E = K + U$ და არ არის დამოკიდებული x -ზე. მისი გრაფიკი, როგორც x -ის ფუნქციის, ჰორიზონტალური წრფეა. ასეთი სახის გრაფიკებს **ენერგიის დიაგრამას** უწოდებენ, და მისი საშუალებით შეიძლება განისაზღვროს როგორც $U(x)$ პოტენციური ენერგია, ისე სხეულის სრული E ენერგია.

შვეული მანძილი U და E გრაფიკებს შორის ნებისმიერ წერტილში გამოსახავს $E - U$ სხვაობას, რომელიც არის ამ წერტილში სხეულის K კინეტიკური ენერგია. გრაფიკიდან ჩანს, რომ კინეტიკური ენერგია უდიდესია $x = 0$ წერტილში და ნულის ტოლია x -ის იმ

მნიშვნელობებზე, სადაც გრაფიკები კვეთს ერთმანეთს. როგორც ვხედავთ, სხეულის მოძრაობა, თავის მხრივ, წარმოადგენს რხევას ორ უკიდურეს წერტილს შორის.

ყოველ წერტილში ძალა პოტენციური ენერჯის მრუდის დახრილობის ტოლია მინუს ნიშნით: $F_x = -dU/dx$. როდესაც სხეული $x = 0$ წერტილშია, დახრილობა და ძალა ნულის ტოლია, ე.ი. ეს არის სხეულის *წონასწორული მდგომარეობა*. როდესაც x დადებითია, ძალა უარყოფითია და მიმართულია წონასწორობის წერტილისკენ, ხოლო უარყოფით x -ებზე ძალა დადებითია და ისევ მიმართულია წონასწორობის წერტილისკენ. ასეთ ძალას *აღმდგენი* ეწოდება. ზოგადად, $x = 0$ წერტილს *მდგრადი წონასწორობის წერტილს* უწოდებენ. მაშასადამე,

- *მდგრადი წონასწორობის წერტილში სხეულის პოტენციური ენერჯია მინიმალურია ან საერთოდ არ გააჩნია/ნულის ტოლია.*

8. იმპულსი. იმპულსის შენახვის კანონი

სხეულთა ურთიერთქმედებისას ჩნდება მრავალი შეკითხვა, რომლებზეც პასუხი ვერ გაცივმა ნიუტონის მეორე კანონის ($\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$) პირდაპირი გამოყენებით. ბილიარდის თამაშისას როგორ უნდა დაუმინჯოთ კია, რომ ჩავაგდოთ ლუზაში, ვთქვათ, მერვე ბურთი? ან როდესაც მეტეორიტი ეცემა დედამიწის ზედაპირზე, როგორ გავიგოთ, მისი კინეტიკური ენერჯის რა ნაწილი თავისუფლდება შეჯახებისას. აქ მთავარია ის გარემოება, რომ ჩვენ ცოტა რამ ვიცით იმ ძალების შესახებ, რომლებიც აღიძვრება ამ დროს ურთიერთქმედ სხეულებში. მაგრამ საინტერესო ის არის, რომ ჩვენ არც გვჭირდება ამ ძალების შესახებ რაიმეს ცოდნა მსგავს შეკითხვებზე პასუხის გაცემისას.

ამ საკითხებისადმი ვიყენებთ ორ ახალ მიდგომას, *სხეულისა* და *ძალის იმპულსებს* და ახალ შენახვის კანონს, *იმპულსის შენახვის კანონს*. ეს შენახვის კანონი ენერჯის შენახვის კანონზე არანაკლებ მნიშვნელოვანია. იმპულსის შენახვის კანონი იმ შემთხვევებშიც ჭეშმარიტია, სადაც ნიუტონის კანონები უკვე არაადეკვატურია, მაგალითად, უდიდესი სიჩქარით მოძრავი სხეულები ან უმცირესი ნაწილაკების ურთიერთქმედება. კლასიკურ, ნიუტონის მექანიკაში იმპულსის შენახვის კანონი მრავალი ვითარების ანალიზის საშუალებას იძლევა, სადაც ნიუტონის კანონების პირდაპირი გამოყენება გაჭირდებოდა. ასეთებს განეკუთვნება სხვადასხვა სახის *შეჯახებები*, როდესაც ორი სხეული ეჯახება ერთმანეთს და აღძრავს ძალიან დიდ ძალებს დროის მოკლე შუალედში.

8.1. სხეულისა და ძალის იმპულსები

აღრე ჩვენ გამოვიყენებთ ნიუტონის მეორე კანონი ($\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$) მუშაობა-კინეტიკური ენერჯის თეორემის გამოყენებისას. ამ თეორემის საშუალებით გადაწყდა მრავალი ფიზიკური ამოცანა და მიგვიყვანა ენერჯის შენახვის კანონამდე. ახლა ისევ მიუბრუნდეთ $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$ -ს და ვეზიაროთ ამ ფუნდამენტური კანონის კიდევ ერთ სასარგებლო გამოყენებას.

განვიხილოთ მუდმივი m მასის მოძრავი სხეული. ვიცით რა, რომ $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, გადავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი ამ სხეულისთვის შემდეგი სახით:

$$\sum_i \vec{F}_i = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}). \quad (8.1)$$

მასის შეყვანა წარმოებულში შესაძლებელია მისი მუდმივობის გამო. მაშასადამე, მოძრავ სხეულზე მოქმედი ძალთა ტოლქმედი სხეულის მასისა და სიჩქარის ნამრავლის წარმოებულია დროით.

➤ *სხეულის მასისა და სიჩქარის ნამრავლს სხეულის იმპულსი ეწოდება.*

სხეულის იმპულსი p სიმბოლოთი აღინიშნება და

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (8.2)$$

რაც მეტია სხეულის მასა და სიჩქარე, მით მეტია მისი იმპულსი. თუმცა, გაითვალისწინეთ, რომ იმპულსი ვექტორული სიდიდეა და მას სიჩქარის მიმართულება აქვს. მაშასადამე,

სხვადასხვა მიმართულებით მოძრავი ერთნაირი მასებისა და სიჩქარეების მქონე სხეულების იმპულსების მოდული ერთნაირია (mv), მაგრამ იმპულსის ვექტორები ($m\vec{v}$) სხვადასხვაა მათი სიჩქარეების განსხვავებული მიმართულების გამო.

სამგანზომილებიან სივრცეში მოძრაობისას სხეულის სიჩქარის მდგენელებია v_x, v_y, v_z და იმპულსს ასევე სამი მდგენელი ექნება

$$p_x = mv_x, \quad p_y = mv_y, \quad p_z = mv_z. \quad (8.3)$$

(8.2)--ის (8.1)-ში ჩასმით მივიღებთ ძალისა და იმპულსის დამაკავშირებელ ფორმულას:

$$\sum_i \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (8.4)$$

➤ *სხეულზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედი სხეულის იმპულსის დროით წარმოებულის ტოლია.*

ასე, რომ $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$ არ არის ის ფორმა, რომლითაც ნიუტონმა წარადგინა თავისი მეორე კანონი. ასეთი სახით ის მართებულია მხოლოდ ინერციულ ათვლის სისტემებში. მან ის იმპულსის საშუალებით წარადგინა, რომელსაც "მოძრაობის რაოდენობა" უწოდა.

(8.4)-დან გამომდინარეობს, რომ *იმპულსის სწრაფი ცვლილება გამოწვეულია დიდი ძალის მოქმედებით, ხოლო ნელი – შედარებით მცირე ძალის*. ეს პრინციპი გამოყენებულია ავტომანქანების უსაფრთხოების ბალიშებში (ე.წ. *air bag*).

სხეულისა და ძალის იმპულსების თეორემა

სხეულის *იმპულსი* $\vec{p} = m\vec{v}$ და *კინეტიკური ენერგია* $K = mv^2/2$ ორივე დამოკიდებულია ამ სხეულის მასასა და სიჩქარეზე. რა ფუნდამენტური განსხვავებაა ამ ორ სიდიდეს შორის? სუფთა მათემატიკური პასუხია, რომ იმპულსი ვექტორია და სიჩქარის პროპორციულია, ხოლო კინეტიკური ენერგია სკალარი და სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია. მაგრამ ფიზიკური განსხვავების სანახავად ჯერ უნდა შემოვიღოთ იმპულსთან მჭიდრო კავშირში მყოფი სიდიდე – *ძალის იმპულსი*.

➤ *ძალის იმპულსი \vec{j} სხეულზე მოქმედი ძალისა და მოქმედების დროის შუალედის ნამრავლის ტოლია*

$$\vec{j} = \sum_i \vec{F}_i (t_2 - t_1) = \sum_i \vec{F}_i \Delta t. \quad (8.5)$$

ძალის იმპულსი ვექტორული სიდიდეა, მისი მიმართულება სხეულზე მოქმედი ძალის მიმართულებას ემთხვევა. *SI* სისტემაში ის ნ·წმ-სა ან კგ·მ/წმ-ში იზომება. თუ სხეულზე მოქმედი ძალთა $\sum_i \vec{F}_i$ ტოლქმედი მუდმივია, მაშინ $d\vec{p}/dt$ ასევე მუდმივი იქნება და გარკვეულ $\Delta t = t_2 - t_1$ დროის ინტერვალში სხეულის იმპულსის $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ სრული ცვლილების ამ დროის ინტერვალზე ფარდობის ტოლია

$$\sum_i \vec{F}_i = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t_2 - t_1},$$

აქედან ვღებულობთ

$$\sum_i \vec{F}_i (t_2 - t_1) = \vec{p}_2 - \vec{p}_1.$$

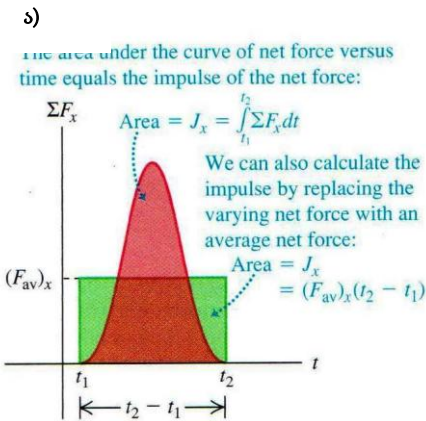
(8.5)-თან შედარება გვაძლევს **სხეულისა და ძალის იმპულსების თეორემას**:

$$\vec{j} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1. \quad (8.6)$$

- *სხეულის იმპულსის ცვლილება რაღაც დროის შუალედში ამ სხეულზე დროის იგივე შუალედში მოქმედი ძალის იმპულსის ტოლია.*

სხეულისა და ძალის იმპულსების თეორემა ძალაშია ცვლადი ძალების შემთხვევაშიც. ამის საჩვენებლად ჩავატაროთ ნიუტონის მეორე კანონის (8.4) გამოსახულების ინტეგრირება $t_2 - t_1$ დროის ინტერვალში

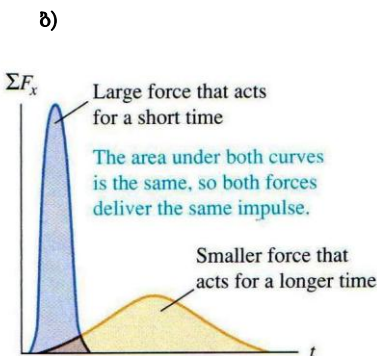
$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_i \vec{F}_i dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1.$$



ინტეგრალი გამოსახულების მარცხენა მხარეს განისაზღვრება, როგორც ძალთა $\sum_i \vec{F}_i$ ტოლქმედის \vec{j} იმპულსი დროის მოცემულ ინტერვალში

$$\vec{j} = \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \vec{F}_i dt. \quad (8.7)$$

მაშასადამე, დამტკიცდა, რომ სხეულისა და ძალის იმპულსების თეორემა მართებულია სხეულზე მოქმედი დროში ცვლადი ძალების შემთხვევაშიც.



ცვლადი ძალების შემთხვევაში შეიძლება შემოვიღოთ საშუალო ძალის ცნება, რომელიც ჩაანაცვლებს $\sum_i \vec{F}_i$ -ს და ძალის იმპულსი ტოლი იქნებ

$$\vec{j} = \vec{F}_{საშ} (t_2 - t_1). \quad (8.8)$$

სურ. 8.1ა-ზე წარმოდგენილია ცვლად ძალთა ტოლქმედის x -მდგენელი, როგორც დროის ფუნქცია. ძალის იმპულსის x -მდგენელი დროის ამ შუალედში მოცემულია წითელი ფართით მრუდის ქვეშ, ხოლო იგივე ფართობის მწვანე მართკუთხედი წარმოადგენს ძალის იმპულსს საშუალო ძალით. 8.1ბ-ზე ნაჩვენებია ძალის

სურ. 8.1.

იმპულსის მნიშვნელობა ორ შემთხვევაში: მცირე დროში მოქმედი დიდი ძალა (იასამნისფერი არე ბასრი მრუდის ქვეშ) და დიდ დროის შუალედში მოქმედი მცირე ძალა (ყვითელი არე ბლაგვი მრუდის ქვეშ).

8.2. იმპულსის შენახვის (მუდმივობის) კანონი

იმპულსის ცნება განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იქნის ბევრი ურთიერთქმედი სხეულის შემთხვევაში. თავდაპირველად განვიხილოთ იდეალიზებული სისტემა, შემდგარი ორი სხეულისგან, რომლებიც ურთიერთქმედებს მხოლოდ ერთმანეთთან. თითოეული მათგანი მოქმედებს გარკვეული ძალით მეორეზე, ნიუტონის მესამე კანონის თანახმად, ეს ძალები სიდიდით ტოლი და მიმართულებით საპირისპიროა. მაშასადამე, სხეულების იმპულსები ერთნაირია და საპირისპირო ისევე, როგორც მათი ცვლილება. შემოვიღოთ ახალი ცნებები: ნებისმიერ სისტემაში სხეულების ურთიერთქმედებისას აღძრულ ძალებს **შიგა ძალები** ეწოდება. ამავდროულად, სისტემაში შემავალ სხეულებზე შეიძლება მოქმედებდეს გარე, სისტემაში არშემავალი სხეულები, ძალებით, რომლებსაც **გარე ძალებს** უწოდებენ.

- *თუ სისტემაში შემავალი სხეულები ურთიერთქმედებს მხოლოდ ერთმანეთთან (შიგა ძალებით) ანუ გარე ძალები მათზე არ მოქმედებს, სისტემას ჩაკეტილი ეწოდება.*

თუ სხეულებს პირობითად ავნიშნავთ A და B, მაშინ A სხეულზე B-სგან მოქმედი ძალა აღინიშნება \vec{F}_{BA} , ხოლო B-ზე A-სგან მოქმედი ძალა $-\vec{F}_{AB}$

$$\vec{F}_{BA} = d\vec{p}_A/dt, \quad \vec{F}_{AB} = d\vec{p}_B/dt. \quad (8.9)$$

ამასთან თითოეული სხეულის იმპულსი იცვლება და ეს ცვლილება უკავშირდება ნიუტონის მესამე კანონს: ურთიერთქმედებისას ძალები სიდიდით ტოლი და მიმართულებით საპირისპიროა. მაშასადამე,

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}, \quad \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{AB} = 0,$$

(8.9)-ის ჩასმით მივიღებთ:

$$\vec{F}_{BA} + \vec{F}_{AB} = d\vec{p}_A/dt + d\vec{p}_B/dt = \frac{d}{dt}(\vec{p}_A + \vec{p}_B) = 0. \quad (8.10)$$

შემოვიღოთ სისტემის სრული იმპულსის ცნება $\vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B$, მაშინ

$$d\vec{p}/dt = 0, \quad \text{ანუ } \vec{p} = \text{const.} \quad (8.11)$$

ანუ, თუ სისტემის სრული იმპულსის წარმოებული ნულის ტოლია, ეს ნიშნავს, რომ ის მუდმივია, მასადამე ჩვენ მივედით ზოგად დასკვნამდე:

- *ჩაკეტილ სისტემაში შემავალ სხეულთა სრული იმპულსი მუდმივია.*

ეს არის იმპულსის შენახვის (მუდმივობის) კანონის მარტივი სახე.

8.3. იმპულსის/ენერჯის შენახვა და შეჯახებები

შეჯახების ცნება გულისხმობს ნებისმიერ ხანმოკლე, მაგრამ ძლიერ ურთიერთქმედებას სხეულებს შორის. უმეტეს შემთხვევაში სხეულთა შეჯახებისას ადრული ძალები გაცილებით მეტია სისტემაზე მოქმედ გარე ძალებზე, ამიტომ გარე ძალებს სრულიად ვუგულებელვყოფთ და სისტემას განვიხილავთ, როგორც *ჩაკეტილს*. ე.ი., სისტემის სრული იმპულსი ინახება/მუდმივია ანუ სრული იმპულსი შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ არ იცვლება. შეჯახება სხეულებს შორის ორი ძირითადი სახეობისაა – დრეკადი და არადრეკადი. განვმარტოთ თითოეული მათგანი:

დრეკადი და არადრეკადი შეჯახება

თუ შეჯახებისას სხეულები ურთიერთქმედებს კონსერვატული ძალებით და მექანიკური ენერჯია არც იკარგება და არც ემატება სისტემას, მისი სრული კინეტიკური ენერჯია იგივეა შეჯახების შემდეგ, რაც იყო შეჯახებამდე. ასეთ შეჯახებას **სრულიად დრეკადი შეჯახება** ეწოდება. მაგალითად, ბილიარდის ბურთებს შორის შეჯახება თითქმის სრულიად დრეკადია.

თუ შეჯახების შემდეგ სისტემის კინეტიკური ენერჯია შემცირდა და ნაკლებია, ვიდრე იყო შეჯახებამდე, საქმე გვაქვს **არადრეკად შეჯახებასთან**. ისეთ არადრეკად შეჯახებას, რომლის შემდეგ სხეულები ერთმანეთს გადაებმება ან მიეწეპება და მოძრაობას, როგორც ერთი სხეული, გააგრძელებს, **სრულიად არადრეკადი შეჯახება** ეწოდება. შევჯამოთ მიღებული ინფორმაცია და ჩამოვყალიბოთ ზოგადი წესი:

- *ნებისმიერი შეჯახებისას, როდესაც გარე ძალები უგულებელყოფილია, სისტემის იმპულსი ინახება და სრული იმპულსი შეჯახებამდე უდრის სრულ იმპულსს შეჯახების შემდეგ; მხოლოდ დრეკადი შეჯახებისას სისტემის სრული კინეტიკური ენერჯია შეჯახებამდე უდრის სრულ კინეტიკურ ენერჯიას შეჯახების შემდეგ.*

სრულიად დრეკადი შეჯახება

ორი სხეულის **სრულიად დრეკადი** შეჯახებისას (სურ. 8.2) სხეულების სიჩქარეები იცვლება, თუმცა იმპულსისა და ენერჯის შენახვის კანონების თანახმად, უცვლელი რჩება როგორც სრული იმპულსი, ისე სრული კინეტიკური ენერჯია:



სურ. 8.2. სხეულთა სრულიად დრეკადი შეჯახება

$$m_A \vec{v}_{A1} + m_B \vec{v}_{B1} = m_A \vec{v}_{A2} + m_B \vec{v}_{B2}, \quad (8.12)$$

$$\frac{m_A v_{A1}^2}{2} + \frac{m_B v_{B1}^2}{2} = \frac{m_A v_{A2}^2}{2} + \frac{m_B v_{B2}^2}{2}. \quad (8.13)$$

სრულიად არადრეკადი შეჯახება

ვნახოთ, რა ცვლილებები ელის იმპულსსა და კინეტიკურ ენერჯიას ორი სხეულის **სრულიად არადრეკადი** შეჯახებისას (სურ. 8.3). რადგან სხეულები შეჯახებისას გადაებმება ერთმანეთს, მათ ერთნაირი სიჩქარე ექნება

$$\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{B2} = \vec{v}_2.$$

იმპულსის შენახვის კანონიდან გამომდინარე ვწერთ:

$$m_A \vec{v}_{A1} + m_B \vec{v}_{B1} = (m_A + m_B) \vec{v}_2. \quad (8.14)$$



სურ. 8.3. სხეულთა სრულიად არადრეკადი შეჯახება

ეს არის იმპულსის შენახვის კანონი სხეულთა სრულიად არადრეკადი შეჯახებისას.

რაც შეეხება კინეტიკურ ენერგიას, სრულიად არადრეკადი შეჯახებისას მისი ნაწილი აუცილებლად გადადის ურთიერთქმედი სხეულების შინაგან ენერგიაში, რომელიც სისტემის საწყისი და საბოლოო კინეტიკური ენერგიების სხვაობის ტოლია

$$U = K_2 - K_1 = \frac{(m_A + m_B) v_2^2}{2} - \left(\frac{m_A v_{A1}^2}{2} + \frac{m_B v_{B1}^2}{2} \right). \quad (8.15)$$

8.4. მასათა/სიმძიმის ცენტრი

იმპულსის შენახვის კანონი შეიძლება ახალი სახით წარმოვიდგეს მასათა/სიმძიმის ცენტრის ცნების შემოღებით. წარმოვიდგინოთ სხეულთა სისტემა, რომელთა მასებია m_1, m_2, m_3 და ა.შ. პირველი სხეულის კოორდინატები იყოს (x_1, y_1) , მეორის (x_2, y_2) და ა.შ. სისტემის მასათა/სიმძიმის ცენტრს ვსაზღვრავთ, როგორც (x^*, y^*) კოორდინატების მქონე წერტილს, რომლებიც მოცემულია შემდეგი სახით

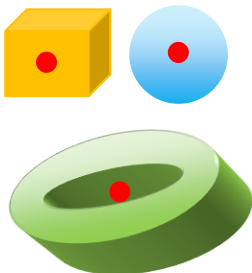
$$\begin{aligned} x^* &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \\ y^* &= \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i} \end{aligned} \quad (8.16)$$

მასათა/სიმძიმის ცენტრის რადიუს-ვექტორი განისაზღვრება ცალკეული სხეულების რადიუს-ვექტორებით

$$\vec{r}^* = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}. \quad (8.17)$$

ზოგადად,

- მასათა/სიმძიმის ცენტრი ის წერტილია, სადაც მოდებულია სხეულის mg სიმძიმის ძალა.



მკაცრი გეომეტრიული ფორმის სხეულში მისი მასათა/სიმძიმის ცენტრი ამ სხეულის გეომეტრიულ ცენტრში მდებარეობს. მასათა/სიმძიმის ცენტრი შეიძლება იყოს სხეულის გარეთაც, მაგალითად, წრიულ რგოლის მასათა/სიმძიმის ცენტრი მის ცენტრშია, რომელიც ამ რგოლის გარეთაა (სურ. 8.4).

სურ. 8.4. სხვადასხვა სხეულის მასათა/სიმძიმის ცენტრი

როდესაც სისტემაში შმაველი სხეულები მოძრაობს, (8.16) და (8.17) გამოსახულებების გაწარმოებით მივიღებთ მასათა/სიმძიმის ცენტრის გადაადგილების სიჩქარეებს სხვადასხვა კოორდინატთა ღერძის მიმართ

$$\begin{aligned} v_x^* &= \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \\ v_y^* &= \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \end{aligned} \quad (8.18)$$

და მისი სიჩქარის ვექტორულ ჩანაწერს

$$\vec{v}^* = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}. \quad (8.19)$$

ავღნიშნოთ სისტემის საერთო მასა $M = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$ და გადავწეროთ (8.19) შემდეგი სახით:

$$M \vec{v}^* = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots = \vec{p}. \quad (8.20)$$

(8.20)-ის მარჯვენა მხარე წარმოადგენს სისტემის სრულ იმპულსს. მაშასადამე, ჩვენ დავამტკიცეთ, რომ

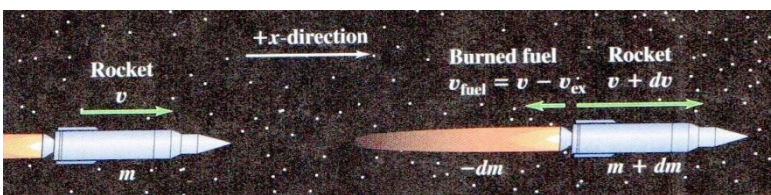
- *სხეულთა სისტემის სრული იმპულსი სისტემის სრული მასისა და მასათა/სიმძიმის ცენტრის სიჩქარის ნამრავლის ტოლია.*

თუ სისტემაზე გარე ძალები არ მოქმედებს, მისი სრული იმპულსი მუდმივია და მასათა/სიმძიმის ცენტრის სიჩქარეც ასევე მუდმივი იქნება

$$\vec{v}^* = \vec{p}/M = const.$$

8.5. რეაქტიული მოძრაობა

იმპულსის ცნების შემოღება დიდ სარგებელს იძლევა ისეთი სისტემების ანალიზისას, სადაც სისტემის ნაწილის მასა დროში იცვლება. ასეთ შემთხვევებში ნიუტონის მეორე კანონის პირდაპირი გამოყენება შეუძლებელია მასის ცვალებადობის გამო. რაკეტების მოძრაობა ასეთი ვითარების მკაფიო მაგალითია. რაკეტა წინ მოძრაობს იმის გამო, რომ დამწვარი საწვავის (რომელიც ასევე რაკეტაში იყო) ჭავლი რაკეტიდან გამოედინება უკან ანუ მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. რაკეტაზე წინ მოქმედი ძალა არის რეაქცია საწვავის ჭავლის უკან მიმართულ ძალაზე. სისტემის სრული მასა მუდმივი რჩება, მაგრამ თვით რაკეტის მასა მცირდება დამწვარი საწვავის ჭავლის გამოდინების გამო.



სურ. 8.5. რაკეტის მოძრაობა

არ არის ჰაერის წინააღმდეგობა – ჰაერი მეტად გაიშვიათებულია. მაგალითის სახით განვიხილოთ რაკეტა, რომელიც მიფრინავს ღია/თავისუფალ სივრცეში, სადაც აღარ მოქმედებს მსოფლიო მიზიდულობის/გრავიტაციული ძალა და

რაკეტის მასა ავლნიშნოთ m -ით, და გავითვალისწინოთ, რომ საწვავის მოხმარებისას ის თანდათან შეიცვლება (შემცირდება). ჩავთვალოთ, რომ რაკეტა მოძრაობს x -ღერძის გასწვრივ (სურ. 8.5). სურათი გვიჩვენებს რაკეტას t დროის საწყის მომენტში m მასითა და v სიჩქარით. დროის ამ მომენტში სრული იმპულსი $p_1 = mv$. დროის უსასრულოდ მცირე dt შუალედში რაკეტის მასა შეიცვლება dm -ით. არსებითად, ეს უარყოფითი სიდიდეა, რადგან რაკეტის მასა დროის განმავლობაში მცირდება. იგივე dt დროში დამწვარი საწვავის დადებითი მასა $-dm$ გამოიფრქვევა რაკეტიდან. v^* იყოს საწვავის ამოფრქვევის სიჩქარე რაკეტის მიმართ. ვიცით, რომ დამწვარი საწვავი გამოიფრქვევა რაკეტის მოძრაობის საპირისპიროდ ასე. რომ ამ სიჩქარის მდგენელი x -ღერძზე რაკეტის მიმართ იქნება $-v^*$. მაშასადამე, ამოფრქვეული დამწვარი საწვავის სიჩქარე $v_{საწ}$ შერჩეულ კოორდინატთა სისტემაში იქნება

$$v_{საწ} = v + (-v^*) = v - v^*,$$

ხოლო გამოფრქვეული მასის ($-dm$) იმპულსი იქნება

$$(-dm)v_{საწ} = (-dm)(v - v^*).$$

სურ. 8 აჩვენებს, რომ დროის dt შუალედის ბოლოს, რაკეტის და მასში მყოფი საწვავის სიჩქარე გაიზარდა $(v + dv)$ -მდე, ხოლო მასა შემცირდა $(m + dm)$ -მდე (გახსოვდეთ, რომ dm უარყოფითია). რაკეტის იმპულსი ამ მომენტში იქნება:

$$(m + dm)(v + dv).$$

მაშინ რაკეტისა და დამწვარი საწვავის სრული p_2 იმპულსი $t + dt$ დროში იქნება:

$$p_2 = (m + dm)(v + dv) + (-dm)(v - v^*).$$

აღრე ავლნიშნეთ, რომ რაკეტა და მისი საწვავი ჩაკეტილ სისტემას წარმოადგენს. მაშასადამე, იმპულსი ინახება და იმპულსი დროის საწყის t და მომდევნო $t + dt$ მომენტებში ერთნაირი იქნება $p_1 = p_2$, ანუ

$$mv = (m + dm)(v + dv) + (-dm)(v - v^*).$$

გამარტივება მოგვცემს

$$mdv = -dmv^* - dmdv.$$

$(-dmdv)$ შეიძლება ვუგულებელვყოთ სიმცირის გამო, გამოსახულების ორივე მხრის dt -ზე გაყოფით და გადაჯგუფებით მივიღებთ:

$$m \frac{dv}{dt} = -v^* \frac{dm}{dt}. \quad (8.21)$$

$\frac{dv}{dt}$ რაკეტის აჩქარებაა, ასე, რომ (8.21)-ის მარცხენა მხარე რაკეტის მამოძრავებელი ძალაა

$$F = -v^* \frac{dm}{dt}. \quad (8.22)$$

როგორც ვხედავთ, ეს ძალა პროპორციულია გამოფრქვეული დამწვარი საწვავის დროის ერთეულში გამოფრქვეული მასისა და ფარდობითი სიჩქარის, $-dm/dt$ (გახსოვდეთ, რომ dm/dt უარყოფითია, რადგან ეს რაკეტის მასის დროში ცვლილებაა, ანუ F ძალა დადებითია).

რაკეტის აჩქარებაა

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v * dm}{m dt}. \quad (8.23)$$

ის დადებითი სიდიდეა, რადგან dm/dt უარყოფითია. რაკეტის მასა თანმიმდევრულად კლებულობს საწვავის ხარჯვისას. თუ v *, dm/dt მუდმივია, აჩქარება მანამდე გაიზრდება, ვიდრე საწვავი არ აროიწურება.

თუ საწვავის ამოფრქვევის სიჩქარე რაკეტის მიმართ. v * მუდმივია, მაშინ (8.23)-ის ინტეგრირებით დავადგენთ კავშირს რაკეტის სიჩქარესა და მის დარჩენილ მასას შორის დროის ნებისმიერ მომენტში: დროის საწყის მომენტში ($t = 0$) მასა და სიჩქარე ავლნიშნოთ, შესაბამისად, m_0, v_0 და (8.23) გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$dv = -v * \frac{dm}{m}.$$

სიმბოლოები m, v გამოვიყენოთ, როგორც ინტეგრირების ზედა საზღვრები, ხოლო m_0, v_0 , შესაბამისად, ქვედა:

$$\int_{v_0}^v dv = - \int_{m_0}^m v * \frac{dm}{m} = -v * \int_{m_0}^m \frac{dm}{m},$$

$$v - v_0 = -v * \ln \frac{m}{m_0} = v * \ln \frac{m_0}{m}. \quad (8.24)$$

m_0/m ფარდობა არის რაკეტის საწყისი მასის შეგარდება მის დარჩენილ მასასთან (საწვავის ხარჯის მიხედვით). პრაქტიკაში ამ სიდიდეს რაც შეიძლება მეტად ზრდიან სიჩქარის გასაზრდელად, რაც ნიშნავს, რომ თავდაპირველად რაკეტის მასის უდიდეს ნაწილს სწორედ საწვავი შეადგენს. რაკეტის საბოლოო სიჩქარე საწვავის გამოფრქვევის სიჩქარეზე მეტი (და ხშირად გაცილებით მეტი) იქნება, თუ $\ln m_0/m > 1$ ანუ $m_0/m > e = 2,71828 \dots$

მყარი სხეულების ბრუნვითი მოძრაობა

9. მყარი სხეულების ბრუნვა

განვიხილოთ მყარი სხეულის ბრუნვა უძრავი ბრუნვის ღერძის გარშემო ათვლის ინერციულ სისტემაში. ბრუნვას აწარმოებს ყველა ზომის სხეული, დაწყებული ელექტრონთა ბრუნვით ატომში ბირთვის გარშემო და მზის გარშემო პლანეტების ბრუნვით დამთავრებული. ჩვენ უნდა განვახილოთ რამდენიმე ზოგადი ხერხი მბრუნავი სხეულის მოძრაობის ანალიზისთვის. ბუნებაში არსებულ სხეულებზე მოქმედებს სხვადასხვა ძალები, რომლებიც მათ დეფორმაციას იწვევს, თუმცა, ჩვენ ამჟამად გვინტერესებს მათი ბრუნვითი და, ზოგად შემთხვევაში, გადატანითი მოძრაობაც, ამიტომ ჩავთვალოთ, რომ სხეულები გარე ზემოქმედებისას დეფორმაციას არ განიცდის და შემოვიღოთ ე.წ. **მყარი სხეულის ცნება**. ამ თავში განვიხილავთ სწორედ მყარი სხეულების ბრუნვით მოძრაობას.

9.1. კუთხური სიჩქარე და აჩქარება

თავიდან განვიხილოთ რაიმე უძრავი ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეული. ასეთი ღერძი უძრავია ინერციული კოორდინატთა სისტემის მიმართ და არ იცვლის მიმართულებას მის მიმართ. როდესაც მყარი სხეული ბრუნავს, მასზე აღებული ნებისმიერი წერტილის x, y -კოორდინატები იცვლება. მათი განსაზღვრის ნაცვლად, შესაძლებელია დავაკვირდეთ ბრუნვის ღერძიდან ბრუნვის ტრანექტორიამდე გავლებული წირის – ბრუნვის r რადიუსის შემობრუნებას რაღაც θ კუთხით, და ეს კუთხე არანაკლებ ზუსტად განსაზღვრავს სხეულის წერტილის მდებარეობას დროის ნებისმიერ მომენტში. ეს კუთხე იზომება ე.წ. **რადიანებში**: რადიანია კუთხე, რომელიც ეყრდნობა რადიუსის ტოლ რკალს $r = \ell$. ბრუნვითი მოძრაობის აღწერი სიდიდეები r, ℓ, θ ერთმანეთთან დაკავშირებულია მარტივი თანაფარდობით:

$$\theta = \ell/r \quad \text{ან} \quad \ell = r\theta. \quad (9.1)$$

ერთი სრული შემობრუნებისას რკალის სიგრძეა $2\pi r$, მაშინ $\theta = 2\pi r/r = 2\pi$, ანუ სრული შემობრუნების კუთხე შეიცავს 2π რადიანს, მაგრამ ის ასევე 360° -ის ტოლია, მაშასადამე, $2\pi = 360^\circ$ და გამოდის, რომ 1 რად = $57,3^\circ$ ანუ 1 რად = $57^\circ 18' 27''$.

კუთხური სიჩქარე

შემობრუნების θ კუთხე აღწერს მყარი სხეულის ბრუნვას დროის ნებისმიერ მომენტში. მაშასადამე, შეიძლება მყარი სხეულის ბრუნვის აღწერა ამ კუთხის დროსთან ფარდობით ისევე, როგორც აღვწერდით გადატანით მოძრაობას ადრეულ თავებში. თუ დროის საწყის t_1 მომენტში შემობრუნების კუთხე იყო θ_1 , ხოლო გარკვეული დროის შემდეგ t_2 მომენტში შემობრუნების კუთხე გახდა θ_2 , მაშინ **საშუალო კუთხური სიჩქარე** $\bar{\omega}$ (ბერძნული ასო *ომეგა*) განისაზღვრება, როგორც კუთხის $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ ცვლილების ფარდობა დროის შესაბამის $\Delta t = t_2 - t_1$ ინტერვალთან

$$\bar{\omega} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}. \quad (9.2)$$

კუთხური სიჩქარე იძომება რადიან წამში (რად/წმ).

განიხილება, აგრეთვე, მყისი კუთხური სიჩქარის ცნება, როგორც საშუალო კუთხური სიჩქარის ზღვარის, როდესაც დროის შუალედი ნულისკენ მიისწრაფის

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}. \quad (9.3)$$

ზოგადად, როდესაც ვამბობთ "კუთხური სიჩქარე", ვგულისხმობთ მყის სიჩქარეს და არა საშუალოს.

კუთხური სიჩქარე შეიძლება იყოს როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი, რაც მყარი სხეულის ბრუნვის მიმართულებაზეა დამოკიდებული. რადგან მყარი სხეულის ბრუნვისას ყველა წერტილი ერთსა და იგივე კუთხეზე მობრუნდება, ყველა მათგანს ერთი და იგივე კუთხური სიჩქარე აქვს. ის დადებითია, თუ სხეული ბრუნავს θ კუთხის ზრდის მიმართულებით, და უარყოფითია, თუ სხეულის ბრუნვა θ კუთხის შემცირებისკენაა მიმართული.

კუთხური სიჩქარე ვექტორული სიდიდეა $\vec{\omega}$ და მიმართულია მყარი სხეულის ბრუნვის ღერძის გასწვრივ. ამ ვექტორის მიმართულება განისაზღვრება ე.წ. მარჯვენა ხელის წესით:

- თუ მარჯვენა ხელის ოთხი თითი მოღუნულია მყარი სხეულის ბრუნვის მიმართულებით, შვეულად გაშვებული ცერა თითი აჩვენებს კუთხური სიჩქარის ვექტორის მიმართულებას.

კუთხური აჩქარება

რადგან მყარი სხეულის ბრუნვისას მისი კუთხური სიჩქარე იცვლება, ეს ნიშნავს, რომ მყარ სხეულს კუთხური აჩქარებაც უნდა ჰქონდეს. თუ ω_1 და ω_2 მყისი კუთხური სიჩქარეებია, შესაბამისად, t_1 და t_2 დროის მომენტებში, მაშინ საშუალო კუთხური აჩქარება $\bar{\varepsilon}$ დროის $\Delta t = t_2 - t_1$ ინტერვალში კუთხური სიჩქარის ცვლილების დროის ამ შუალედზე ფარდობის ტოლია

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}. \quad (9.4)$$

მყისი კუთხური აჩქარება საშუალო კუთხური აჩქარების ზღვარის ტოლია, როდესაც დროის შესაბამისი შუალედი მიისწრაფის მულისკენ:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (9.5)$$

თუ (9.5)-ში ჩავსვამთ მყისი კუთხური სიჩქარის გამოსახულებას (9.3)-დან, მივიღებთ მყისი კუთხური აჩქარების სხვა გამოსახულებას (დროის მეორე წარმოებულთ):

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{d\theta}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}. \quad (9.6)$$

უნდა აღინიშნოს, რომ, კუთხური სიჩქარის მსგავსად, კუთხური აჩქარებაც ვექტორია და, კუთხური სიჩქარის მსგავსად, მიმართულია მყარი სხეულის ბრუნვის ღერძის გასწვრივ, ანუ *კუთხური სიჩქარისა და კუთხური აჩქარების ვექტორები თანხვედნილია* ($\vec{\omega} \parallel \vec{\epsilon}$).

9.2. კავშირი წირითა და კუთხურ სიდიდეებს შორის

როგორ შეიძლება განისაზღვროს/გამოითვალოს მზრუნავ მყარ სხეულზე მდებარე რომელიმე წერტილის წირითი სიჩქარე და აჩქარება? უმარტივესი გზა იქნება ამ წერტილის წირითა და კუთხურ სიჩქარეებსა და აჩქარებებს შორის კავშირის დამყარება.

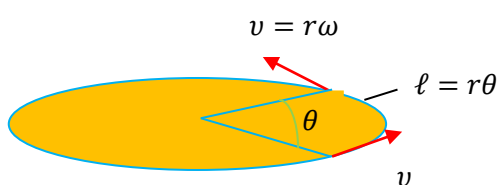
მზრუნავი მყარი სხეულის წირითი სიჩქარე

როდესაც მყარი სხეული ბრუნავს რაიმე ღერძის გარშემო, ამ სხეულზე მდებარე თითოეული წერტილი ბრუნავს წრეწირზე, რომლის სიბრტყე ბრუნვის ღერძის მართობულია და ეს ღერძი გადის მის ცენტრში. წერტილის წირითი სიჩქარე მყარი სხეულის კუთხური სიჩქარის პროპორციულია. დავამყაროთ მათემატიკური კავშირი მათ შორის:

$$v = \frac{d\ell}{dt} \Rightarrow \theta = \frac{\ell}{r}, \ell = r\theta \Rightarrow \frac{d(r\theta)}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \omega \Rightarrow r\omega,$$

ანუ

$$v = r\omega. \tag{9.7}$$



სურ. 9.1. წირითი სიჩქარის მიმართულება

ეს არის *კავშირი წირითა და კუთხურ სიჩქარეებს შორის* მყარი სხეულის ბრუნვისას. რაც უფრო შორს არის მყარ სხეულზე მდებარე წერტილი ბრუნვის ღერძიდან, მით მეტი წირითი სიჩქარე აქვს მას (მით სწრაფად ბრუნავს ის). წირითი სიჩქარის ვექტორი მიმართულია წრეწირის მოცემულ წერტილში გავლებული მხების გასწვრივ (სურ. 9.1).

მზრუნავი მყარი სხეულის წირითი აჩქარება

წრეწირზე მოძრავი ნივთიერი წერტილი ხასიათდება აჩქარების ცენტრისკენული a_n და მხებითი/ტანგენციალური a_t მდგენელებით (სურ. 9.2). აჩქარების ცენტრისკენული a_n მდგენელი, როგორც ვიცით, სიჩქარის მიმართულებას ცვლის, ხოლო *მხებითი/ტანგენციალური a_t მდგენელი* – ცვლის სიჩქარის მოდულს (რიცხვით მნიშვნელობას), სიჩქარის თანხვედნილია და სიჩქარის შესაბამის დროის შუალედთან ფარდობის ტოლია

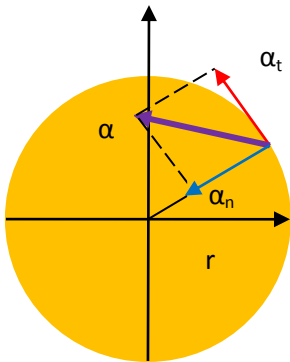
$$a_t = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = r\omega \Rightarrow \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \epsilon \Rightarrow r\epsilon,$$

ანუ

$$a_t = r\epsilon. \tag{9.8}$$

აჩქარების ცენტრისკენული a_n მდგენელი მიმართულია ბრუნვის ტრაექტორიის/შე-
მოხაზული წრეწირის ცენტრისკენ რადიუსის გასწვრივ და სიჩქარის მიმართულების
ცვლილებაზე აგებს პასუხს

$$a_n = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = r\omega \Rightarrow \frac{r^2\omega^2}{r} = \omega^2 r. \quad (9.9)$$



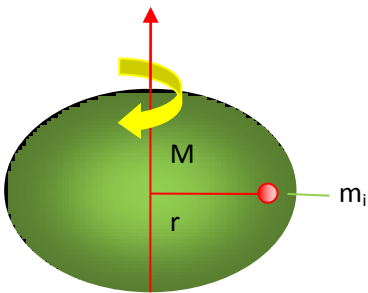
სურ. 9.2. წირითი
აჩქარების მიმართულება

მბრუნავ მყარ სხეულზე მდებარე წერტილის აჩქარების
ცენტრისკენული და ტანგენციალური მდგენელების ვექტო-
რული ჯამი არის ამ სხეულის ბრუნვის წირითი \vec{a} აჩქარება.
მისი მოდული პითაგორას თეორემიდან განისაზღვრება
(რადგან $a_n \perp a_t$)

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}. \quad (9.10)$$

9.3. ბრუნვითი მოძრაობის ენერგია, ინერციის მომენტი

ბრუნვა თავისთავად მოძრაობაა, მაშასადამე მბრუნავ სხეულს აქვს კინეტიკური
ენერგია. გამოვსახოთ ეს ენერგია კუთხური სიჩქარით და ახალი სიდიდით, რომელსაც
ინერციის მომენტი ეწოდება და ის დამოკიდებულია სხეულის მასაზე და მის განაწილებაზე.



სურ. 9.3. მბრუნავი მყარი
სხეული

წარმოვიდგინოთ, რომ სხეული შედგება დიდი რაოდე-
ნობის მცირე ნაწილაკებისგან მასებით m_1, m_2, \dots და ეს ნაწი-
ლაკები r_1, r_2, \dots მანძილებითაა დაშორებული ბრუნვის ღერძის-
გან. შევარჩიოთ ერთი ნაწილაკი და მივანიჭოთ მას i ინდექსი
(m_i, r_i). ამასთან გავითვალისწინოთ, რომ r_i ბრუნვის ღერძის
მართობულია. მყარი სხეულის ბრუნვისას შერჩეული ნაწილა-
კის სიჩქარე გამოისახება ფორმულით $v_i = r_i\omega$, სადაც ω არის
მყარი სხეულის კუთხური სიჩქარე, რომელიც ერთნაირია
ყველა ნაწილაკისთვის. ნაწილაკის კინეტიკური ენერგია
გამოისახება შემდეგი სახით:

$$K_i = \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2}.$$

მყარი სხეულის სრული კინეტიკური ენერგია ცალკეული ნაწილაკების კინეტიკური
ენერგიების ჯამის ტოლია

$$K = \frac{m_1 r_1^2 \omega^2}{2} + \frac{m_2 r_2^2 \omega^2}{2} + \dots = \sum_i \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2}.$$

საერთო ω^2 წევრის ფრჩხილებს გარეთ გაყვანით მივიღებთ:

$$K = \frac{\omega^2}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) = \frac{\omega^2}{2} \sum_i m_i r_i^2.$$

- მბრუნავი მყარი სხეულის შემადგენელი ნაწილაკების მასების მათი ბრუნვის ღერძამდე მანძილების კვადრატზე ნამრავლების ჯამს მყარი სხეულის ინერციის მომენტს (I) უწოდებენ მოცემული ბრუნვის ღერძის მიმართ

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \sum_i m_i r_i^2. \quad (9.11)$$

ინერციის მომენტის ერთეულია კგ·მ².

შესაძლებელია მბრუნავი მყარი სხეულის ბრუნვითი კინეტიკური ენერჯიის გამოსახვა ინერციის მომენტის საშუალებით:

$$K = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (9.12)$$

(9.12) იძლევა მყარი სხეულის ინერჯიის მომენტის მარტივ ფიზიკურ განსაზღვრას:

- რაც მეტია ω კუთხური სიჩქარით მბრუნავი მყარი სხეულის ინერჯიის მომენტი, მით მეტია მისი ბრუნვითი კინეტიკური ენერჯია.

ჩვენ უკვე ვიცით, რომ ზოგადად სხეულის კინეტიკური ენერჯია იმ მუშაობის ტოლია, რომელიც უნდა შესრულდეს ამ უძრავი სხეულისთვის სიჩქარის მინიჭებაზე. მაშასადამე, რაც მეტია სხეულის ინერჯიის მომენტი, მით რთულია მისთვის ბრუნვის დაწყება, თუ ის უძრავია და მით რთულია მისი ბრუნვის შეწყვეტა, თუ ის ბრუნავს. ამის გამო ინერჯიის მომენტს ბრუნვით ინერჯიასაც უწოდებენ.

9.4. ინერჯიის მომენტის ზოგადი გამოსახულება

თუ მყარ სხეულში ადგილი აქვს მასის უწყვეტ განაწილებას (მყარი ცილინდრი, მყარი სფერო), ის ვერ განისაზღვრება ნივთიერი წერტილების/ნაწილაკების საშუალებით და მისი ინერჯიის მომენტი განისაზღვრება ინტეგრალით

$$I = \int r^2 dm. \quad (9.13)$$

ასეთ ვითარებაში სხეულის მთავარი დამახასიათებელი და უცვლელი სიდიდეა მისი ρ სიმკვრივე, მაშინ ელემენტარული dm მასა შეიძლება გამოისახოს სიმკვრივის ნამრავლით შესაბამის ელემენტარულ dV მოცულობაზე $dm = \rho dV$, ხოლო ინერჯიის მომენტი

$$I = \int r^2 \rho dV. \quad (9.14)$$

თუ მყარი სხეული გარანტირებულად ერთგვაროვანია მთელ მოცულობაში, მისი სიმკვრივე მუდმივია ($\rho = const$), და (9.14) გადაიწერება შემდეგი სახით:

$$I = \rho \int r^2 dV. \quad (9.15)$$

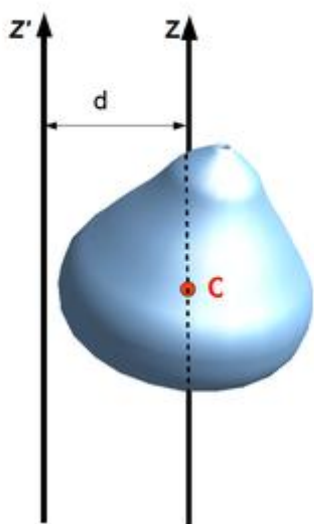
ამ გამოსახულების გამოყენებისას უნდა გავითვალისწინოთ, რომ მოცულობის dV ელემენტი გამოისახება ინტეგრირების ცვლადებით ანუ $dV = dx dy dz$. ეს ელემენტი ისე

უნდა შეირჩეს, რომ ყველა წერტილი მის შიგნით ბრუნვის ღერძისგან თითქმის ერთნაირი მანძილით იყოს დაშორებული. ინტეგრირების ზღვრები განპირობებულია სხეულის ფორმითა და ზომით. მკაცრი გეომეტრიული ფორმის მქონე სხეულებისთვის ამ ინტეგრალის გამოთვლა ძალზე მარტივია.

9.5. პარალელური ღერძების (შტაინერის) თეორემა

უნდა აღინიშნოს, რომ სხეულს შეიძლება ჰქონდეს უსასრულოდ ბევრი ინერციის მომენტი, რადგან არსებობს მრავალი სხვადასხვა ღერძი, რომლის მიმართ შეიძლება ბრუნავდეს ესა, თუ ის სხეული. მაგრამ არსებობს მარტივი თანაფარდობა M მასის მქონე მყარი სხეულის ინერციის მომენტებს შორის, როდესაც ერთი მათგანი (I_C) აღებულია მყარი სხეულის მასათა ცენტრში გამავალი ღერძის მიმართ, ხოლო მეორე (I_P) – რაიმე სხვა ღერძის მიმართ, რომელიც პირველის პარალელურია და დაშორებულია მისგან რაღაც d მანძილით

$$I_P = I_C + Md^2. \quad (9.16)$$



სურ. 9.4. შტაინერის თეორემა

ამ გამოსახულებას **შტაინერის თეორემა** ეწოდება (გერმანელი ფიზიკოსის იაკობ შტაინერის პატივსაცემად).

წარმოვიდგინოთ კოორდინატთა სისტემა, სადაც მყარი სხეულის მასათა ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია მოქცეული. მაშინ z -ღერძის მიმართ (სურ.) მყარი სხეულის ინერციის მომენტია

$$I_C = \int r^2 dm,$$

ხოლო d მანძილით დაშორებული z' -ღერძის მიმართ მყარი სხეულის ინერციის მომენტი იქნება

$$I_P = \int (r + d)^2 dm.$$

ფრჩხილების გახსნით მივიღებთ:

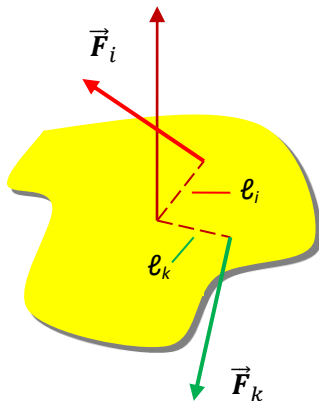
$$I_P = \int r^2 dm + \int d^2 dm + \int 2rddm.$$

გამოსახულების მარჯვენა მხარეს მესამე წევრი ნულია, რადგან კოორდინატთა სათავედ მასათა ცენტრია შერჩეული, და თუ $\int dm = M$, მაშინ ვღებულობთ (9.16) გამოსახულებას. შტაინერის თეორემა დამტკიცებულია.

10. ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკა

10.1. მყარ სხეულზე მოქმედი ძალის მომენტი

როგორც ცნობილია, სხეულზე მოქმედ ძალას (-ებს) შეუძლია გამოიწვიოს მისი გადატანითი მოძრაობა სივრცეში. ახლა გავარკვიოთ, რა პირობებში იწვევს ან ცვლის ძალა მყარი სხეულის ბრუნვით მოძრაობას. სხეულზე მოქმედი ძალის სიდიდე და მიმართულება ძალიან მნიშვნელოვანია, თუმცა არანაკლებ მნიშვნელოვანია სხეულზე მისი მოდების წერტილი (სურ. 10.1).



სურ. 10.1. მყარ სხეულზე მოდებული ძალები და მათი მხრები

➤ წირს, რომლის გასწვრივაც მოქმედებს ძალა, მისი მოქმედების წირი ეწოდება.

➤ ძალის მხარი (l) ეწოდება ძალის მოქმედების წირზე სხეულის ბრუნვის ცენტრიდან დაშვებულ მართობს.

➤ სხეულზე მოქმედი ძალის მომენტი (τ) ეწოდება ამ ძალისა და მისი მხრის მოდულების ნამრავლს

$$\tau = F l. \quad (10.1)$$

ვექტორული სახით ძალის მომენტი გამოისახება, როგორც ძალისა და მისი მხრის ვექტორული ნამრავლი

$$\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{l}. \quad (10.2)$$

ძალის მომენტის ერთეულია ნიუტონმეტრი (ნ·მ).

10.2. მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის ძირითადი განტოლება

დავამყაროთ ფუნდამენტური კავშირები მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის აღმწერ სიდიდეებს შორის, კერძოდ, დავადგინოთ კავშირი მყარ სხეულზე მოქმედ მბრუნებელ ძალასა და კუთხურ აჩქარებას შორის, რომელიც მბრუნავი სხეულის ერთერთი მთავარი მახასიათებელია. თუ შევარჩევთ რაიმე i -ურ ნაწილაკს მბრუნავ მყარ სხეულზე, მაშინ მასზე მოქმედ ძალას აქვს ნორმალური/რადიალური F_n და ტანგენციალური/მხებიანი F_t მდგენელები. გამოვსახოთ მხებიანი მდგენელი ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით:

$$F_{ti} = m_i a_{ti}. \quad (10.3)$$

გავამრავლოთ (10.3)-ის ორივე მხარე ნაწილაკის ბრუნვის r_i რადიუსზე და გამოვიყენოთ წირითი და კუთხური აჩქარებების მაკავშირებელი ფორმულა $a_t = r \varepsilon$, შედეგად მივიღებთ:

$$F_{ti} r_i = m_i r_i^2 \varepsilon. \quad (10.3)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ მარცხენა მხარე წარმოადგენს ძალის მომენტს ($\tau_i = F_{ti} r_i$), ხოლო მარჯვენა მხარეს განთავსებული ნაწილაკის მასისა და რადიუსის ნამრავლი მისი ინერციის მომენტია ($I_i = m_i r_i^2$), (10.3) გადაიწერება შემდეგი სახით:

$$\tau_i = I_i \varepsilon. \quad (10.4)$$

თუ მყარი სხეულის შემადგენელი ყველა ნაწილაკისთვის დავწერთ ასეთ განტოლებებს და შემდეგ შევკრიბავთ მათ, მივიღებთ კავშირს მყარ სხეულზე მოქმედ ძალთა საერთო მომენტსა და მის სრულ ინერციის მომენტს შორის

$$\tau_1 + \tau_2 + \dots = I_1 \varepsilon + I_2 \varepsilon + \dots = (I_1 + I_2 + \dots) \varepsilon$$

ანუ

$$\sum_i \tau_i = I \varepsilon. \quad (10.4)$$

ეს არის მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის ძირითადი განტოლება

- მბრუნავ მყარ სხეულზე მოქმედ ძალთა საერთო მომენტი მისი ინერციის მომენტისა და კუთხური აჩქარების ნამრავლის ტოლია.

მყარი სხეულების ბრუნვით მოძრაობაში ეს განტოლება იგივე როლს ასრულებს, რასაც სხეულთა გადატანით მოძრაობაში ნიუტონის მეორე კანონის ამსახველი განტოლება ანუ ეს არის ნიუტონის მეორე კანონის ბრუნვითი ანალოგი.

აქვე სასურველია აღინიშნოს, რომ ზოგად შემთხვევაში, როდესაც მყარი სხეული ასრულებს როგორც გადატანით, ისე ბრუნვით მოძრაობებს, მისი სრული კინეტიკური ენერჯია გამოისახება ცალკეული (გადატანითი და ბრუნვითი) კინეტიკური ენერჯიების ჯამით

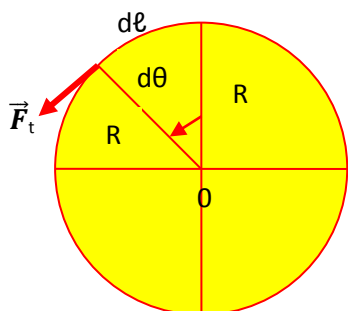
$$K = K_{\text{გად}} + K_{\text{ბრუნ}} = \frac{Mv_c^2}{2} + \frac{I_c \omega^2}{2}. \quad (10.5)$$

ამავდროულად მყარი სხეულის ერთობლივი (გადატანითი/ბრუნვითი) მოძრაობის დინამიკა აღიწერება ნიუტონის მეორე კანონითა და ბრუნვითი მოძრაობის ძირითადი განტოლებით:

$$\sum \vec{F} = M \vec{a}_c, \quad \sum \tau_c = I_c \varepsilon. \quad (10.6)$$

10.3. მუშაობა და სიმძლავრე მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობისას

განვიხილოთ მბრუნავი მყარი სხეული, რომლის ნებისმიერად შერჩეული წერტილი ბრუნავს გარკვეული R რადიუსის წრეწირზე მხებითი \vec{F}_t ძალის მოქმედებით და უსასრულოდ მცირე dt დროის შუალედში ბრუნდება $d\theta$ კუთხით გადის რა ასევე უსასრულოდ მცირე რკალს $d\ell = R d\theta$. ამ დროს \vec{F}_t ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა გამოისახება შემდეგი სახით:



სურ. 10.2.

$$dW = F_t d\ell = F_t R d\theta.$$

ძალისა და რადიუსის ნამრავლი ამ ძალის მომენტია ($\tau = F_t R$), ასე რომ ელემენტარული მუშაობა, რომელიც შესრულდა dt დროში, იქნება

$$dW = \tau d\theta,$$

ხოლო სრული მუშაობა, შემობრუნების კუთხის ცვლილებისას θ_1 -დან θ_2 -მდე, გამოისახება ინტეგრალით

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta. \quad (10.7)$$

თუ მომენტი დროის განმავლობაში მუდმივი რჩება ($\tau = const$), ხოლო შემობრუნების კუთხე იცვლება/წანაცვლებს სასრულო $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ სიდიდით, მაშინ

$$W = \tau\Delta\theta = \tau(\theta_2 - \theta_1). \quad (10.8)$$

მაშასადამე, მუდმივი ძალის მომენტის მიერ შესრულებული მუშაობა ამ მომენტისა და კუთხური წანაცვლების ნამრავლის ტოლია.

დავამტკიცოთ, რომ ისევე, როგორც გადატანითი მოძრაობისას, მყარი სხეულის ბრუნვით მოძრაობაშიც გარე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა მყარი სხეულის კინეტიკური ენერჯის ცვლილების ტოლია. ამისთვის გარდავქმნათ (10.7)-ის ინტეგრალქვეშა გამოსახულება:

$$\tau d\theta = (I\varepsilon)d\theta = I \frac{d\omega}{dt} d\theta = I \frac{d\theta}{dt} d\omega = I\omega d\omega.$$

(10.7)-ში ჩასმით საბოლოოდ მივიღებთ:

$$W = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I\omega d\omega = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}. \quad (10.9)$$

რაც შეეხება შესრულებული მუშაობის სისწრაფეს ანუ მუშაობის შესრულების პროცესში გამოვლენილ სიმძლავრეს ის, როგორც ცნობილია, მუშაობის წარმოებულია დროით ანუ

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau\omega. \quad (10.10)$$

მაშასადამე, მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობისას გამოვლენილი სიმძლავრე ძალის მომენტისა და ბრუნვის კუთხური სიჩქარის ნამრავლის ტოლია.

10.4. იმპულსის მომენტი (კუთხური იმპულსი) და მისი შენახვის კანონი

მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის აღმწერ უკლებლივ ყველა სიდიდეს აქვს ანალოგი გადატანით მოძრაობაში და პირიქით. გადატანითი მოძრაობის ერთერთ ყველაზე თვალსაჩინო მახასიათებელ სიდიდეს იმპულსს ასევე აქვს თავისი ანალოგი ბრუნვით მოძრაობაში და მას იმპულსის მომენტი ან კუთხური იმპულსი ეწოდება. ის ვექტორული სიდიდეა და აღინიშნება \vec{L} სიმბოლოთი. მას ზუსტად იგივე კავშირი აქვს წირით \vec{p} იმპულსთან, რაც ძალის მომენტს ძალასთან ($\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$). იმპულსის მომენტის ერთეულია კგმ²/წმ.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}. \quad (10.11)$$

როდესაც ნაწილაკზე მოქმედებს ძალა, მისი სიჩქარე და იმპულსი იცვლება, ასევე უნდა შეიცვალოს მისი იმპულსის მომენტიც. გავაწარმოთ დროით (10.11) და გამოვიყენოთ ნამრავლის გაწარმოების წესი:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} \right) + \left(\vec{r} \times m \frac{d\vec{v}}{dt} \right) = (\vec{v} \times m\vec{v}) + (\vec{r} \times m\vec{a}).$$

ამ განტოლების პირველი წევრი ნულია, რადგან წარმოადგენს ვექტორის ვექტორულ ნამრავლს საკუთარ თავთან (\vec{v} -ს \vec{v} -სთან). მეორე წევრი კი მოქმედი ძალის $\vec{\tau}$ მომენტია

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}. \quad (10.12)$$

➤ *იმპულსის მომენტის წარმოებულ დროით მოქმედი ძალის მომენტის ტოლია.*

მზრუნავი მყარი სხეულის სრული იმპულსის მომენტი განისაზღვრება ცალკეული ნაწილაკების იმპულსის მომენტების ჯამით

$$L = \sum_i L_i = \sum_i m_i v_i r_i = \sum_i m_i r_i^2 \omega = I\omega,$$

სადაც I მყარი სხეულის ინერციის მომენტია. საკუთარი სიმეტრიის ღერძის გარშემო მზრუნავი მყარი სხეულის იმპულსის მომენტის თანაფარდობა მისივე ინერციის მომენტთან ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}. \quad (10.13)$$

თუ ნაწილაკთა სისტემის სრული იმპულსის მომენტია \vec{L} , ხოლო გარე ძალთა მომენტების ჯამი – $\sum \vec{\tau}$, მაშინ

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{\tau}. \quad (10.14)$$

თუ მზრუნავ მყარ სხეულზე გარე ძალები არ მოქმედებს, მაშინ ამ ძალთა მომენტების ჯამი ნულის ტოლია და, მაშასადამე, იმპულსის მომენტი მუდმივი დარჩება

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

და, საბოლოოდ,

$$\vec{L} = const. \quad (10.15)$$

➤ *როდესაც სისტემაზე მოქმედ გარე ძალთა სრული მომენტი ნულია, სისტემის სრული იმპულსის მომენტი მუდმივია/ინახება.*

სხეულთა წონასწორობის პირობები

11. წონასწორობა და დრეკადობა

სხეული, რომელსაც წარმოვიდგენთ ნაწილაკის სახით, წონასწორობაშია, თუ მასზე მოქმედ ძალთა ვექტორული ჯამი ნულის ტოლია. თუმცა ზოგ ვითარებაში ეს პირობა საკმარისი არ არის. თუ ძალები სხეულის სხვადასხვა წერტილებზე მოქმედებს, უნდა დაკმაყოფილდეს დამატებითი მოთხოვნები, რომ სხეულს ბრუნვის საშუალება არ მიეცეს. ძალის მომენტების ჯამი ნებისმიერ წერტილში ნულის ტოლი უნდა იყოს. ეს მოთხოვნები ეფუძნება ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკის პრინციპებს. სხეულის წონის მომენტი გამოითვლება სიმძიმის ცენტრის ცნების გამოყენებით, რომელსაც ამ თავში შემოვიღებთ.

მყარი სხეული არ იღუნება, არ იწელება და არ იჭყლიტება მასზე ძალების მოქმედების შედეგად. მაგრამ მყარი სხეული *იდეალიზებულია*; სინამდვილეში ყველა რეალური მასალა დრეკადია და გარე ზემოქმედებისას დეფორმირდება. მასალების დრეკადი თვისებები უაღრესად მნიშვნელოვანია. ამ თავში შემოვიღებთ *მექანიკური ძაბვის, გაჭიმვის და დრეკადობის მოდულის* ცნებებს და, აგრეთვე, დეფორმაციის აღმწერ *ჰუკის კანონს*.

11.1. წონასწორობის პირობები

ადრე განისაზღვრა, რომ

- *მოცულობითი სხეული წონასწორობაშია, თუ მისი მასათა ცენტრის აჩქარება ნულის ტოლია ანუ მასზე მოქმედი გარე ძალების ჯამი (ტოლქმედი) ნულის ტოლია.*

ეს არის სხეულის წონასწორობის პირველი პირობა

$$\sum \vec{F} = 0, \quad \left(\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0 \right). \quad (11.1)$$

წონასწორობის მეორე პირობა მდგომარეობს იმაში, რომ სხეულს არ მიეცეს ბრუნვის საშუალება. ეს მოთხოვნა ეფუძნება *ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკის პრინციპებს*, ხოლო პირველი პირობა ეყრდნობა *ნიუტონის პირველ კანონს*. თუ ათვლის ინერციულ სისტემაში მყარი სხეული არ ბრუნავს, მისი იმპულსის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ ნულის ტოლი იქნება და, ასევე, ნულის ტოლია მისი დროში ცვლილება. მაგრამ ეს ნიშნავს, რომ

- *სხეულზე მოქმედი ყველა გარე ძალის მომენტების ჯამი ნულის ტოლია.*

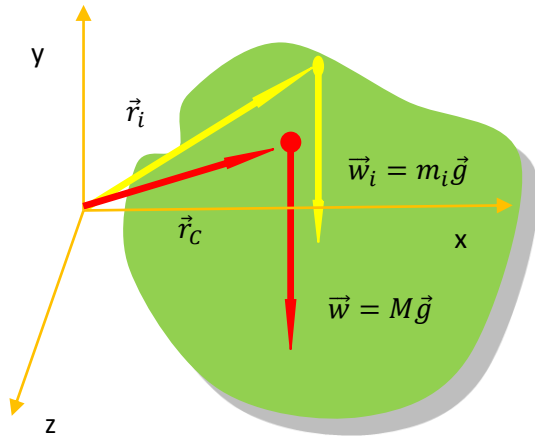
ეს არის სხეულის წონასწორობის მეორე პირობა

$$\sum \vec{\tau} = 0. \quad (11.2)$$

თუ მყარი სხეული უძრავ მდგომარეობაშია (არ მონაწილეობს გადატანითსა და ბრუნვით მოძრაობებში), ამბობენ, რომ ის იმყოფება *სტატიკურ/უძრავ წონასწორობაში*. მაგრამ, თუ სხეული ასრულებს *თანაბარ გადატანით* მოძრაობას, ის ასევე წონასწორობაშია, ოღონდ ეს წონასწორობა არ არის სტატიკური.

11.2. სიმძიმის ცენტრი

უმეტეს წონასწორულ ამოცანაში ერთერთ მოქმედ ძალას სხეულის სიმძიმის ძალა წარმოადგენს. მაშასადამე, საჭიროა ამ ძალის მომენტის გამოთვლა. სიმძიმის ძალა არ არის მოდებული რაიმე ერთ წერტილზე, ის განაწილებულია მთელ სხეულში. მაგრამ ყოველთვის შესაძლებელია მისი მომენტის გამოთვლა, თუ დავუშვებთ, რომ მსოფლიო მიზიდულობის



სურ. 11.1. მყარი სხეულის სიმძიმის ცენტრი

ამუ სიმძიმის ძალა მოდებულია ერთ წერტილზე სახელად *სიმძიმის ცენტრი*. მისი რადიუს-ვექტორი განისაზღვრა შემდეგი გამოსახულებით:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}. \quad (11.3)$$

ნებისმიერი ფორმის სხეულის სიმძიმის ძალის მომენტი განისაზღვრება იმ დაშვებით, რომ სიმძიმის ძალის \vec{g} აჩქარება სხეულის ყველა წერტილში ერთნაირია. სხეულის თითოეული შემადგენელი ნაწილაკი განიცდის მსოფლიო მიზიდულობის ძალის მოქმედებას, და სხეულის სიმძიმის ძალა წარმოადგენს დიდი რაოდენობის

პარალელური ძალების ვექტორულ ჯამს. ერთერთი ნაწილაკის მასაა m_i , ხოლო სიმძიმის ძალა $-\vec{w}_i = m_i \vec{g}$. ამ ნაწილაკის რადიუს-ვექტორი შერჩეული კოორდინატა სისტემის 0 სათავის მიმართ იყოს \vec{r}_i , მაშინ ამ ნაწილაკის სიმძიმის ძალის მომენტი 0 წერტილის მიმართ იქნება:

$$\vec{\tau}_i = \vec{r}_i \times \vec{w}_i = \vec{r}_i \times m_i \vec{g}.$$

სხეულის შემადგენელი ყველა ნაწილაკის საერთო ძალის მომენტი, მაშასადამე, იქნება:

$$\vec{\tau} = \sum_i \vec{\tau}_i = \left(\sum_i m_i \vec{r}_i \right) \times \vec{g}.$$

ამ გამოსახულების გამრავლებითა და გაყოფით სხეულის მთლიან მასაზე მივიღებთ:

$$\vec{\tau} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \times M \vec{g}.$$

ამ გამოსახულებაში წილადი სხეულის სიმძიმის ცენტრის რადიუს-ვექტორია, ხოლო $M \vec{g}$ სხეულის სიმძიმის ძალა. მაშასადამე,

$$\vec{\tau} = \vec{r}_c \times M \vec{g} = \vec{r}_c \times \vec{w}. \quad (11.4)$$

აქედან გამომდინარეობს საინტერესო დასკვნა:

- თუ სიმძიმის ძალის \vec{g} აჩქარება სხეულის ყველა წერტილში ერთნაირია. სხეულის სიმძიმის ცენტრი და მისი მასათა ცენტრი შეთავსებულია ერთ წერტილში.

11.3. ძაბვა, გაჭიმვა და დრეკადობის/იუნგის მოდული

მყარი სხეული ძალიან მოსახერხებელი იდეალიზებული მოდელია, მაგრამ რეალური სხეულების გაჭიმვა, კუმშვა, გრეხა ხშირად იმდენად მნიშვნელოვანია, რომ მათი უგულებელყოფა შეუძლებელია. ზოგადად

➤ *სხეულის ფორმისა და ზომების შეცვლას დეფორმაცია ეწოდება.*

განვსაზღვროთ დეფორმაციის დამახასიათებელი სიდიდეები. პირველ რიგში დეფორმაცია ხასიათდება **ძაბვით**, რომელიც აღწერს დეფორმაციის გამომწვევ ძალებს.

➤ *ძაბვა წარმოადგენს ძალის ფარდობას სხეულის განივკვეთის ფართობთან.*

მეორე სიდიდეა **წაგრძელება**, რომელიც აღწერს დეფორმაციის შედეგს. თუ დეფორმაცია სუსტია, ძაბვა და წაგრძელება ურთერთპროპორციულია და პროპორციულობის კოეფიციენტს დეფორმირებული სხეულის **დრეკადობის მოდული** ეწოდება. რაც მეტ ზემოქმედებას ვახდენთ სხეულზე, მით მეტად იჭიმება/იკუმშება ის. ფორმულის სახით ეს თანაფარდობა აღიწერება შემდეგნაირად:

$$\text{დრეკადობის მოდული} = \frac{\text{ძაბვა}}{\text{წაგრძელება}} \quad (11.5)$$

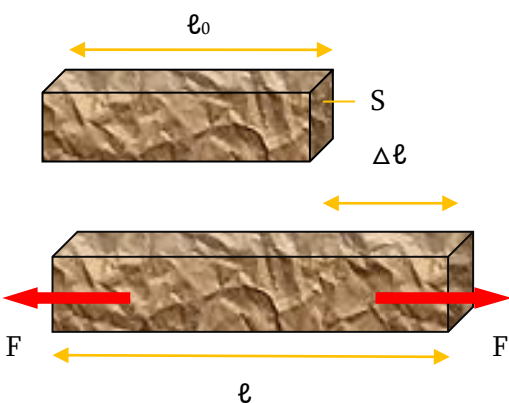
ამ თანაფარდობას **ჰუკის კანონი** ეწოდება, ინგლისელი ფიზიკოს/მექანიკოსის რობერტ ჰუკის პატივსაცემად. ადრე ჰუკის კანონის ერთერთი ფორმა უკვე გამოყენებული გვაქვს: იდეალური ზამბარის აბსოლუტური წარგძელება მოქმედი ძალის პროპორციულია:

$$\vec{F} = -k\vec{x}. \quad (11.6)$$

k პროპორციულობის კოეფიციენტს **სიხისტე** ეწოდება, და ის ახასიათებს მოცემული სხეულის ზომებსა და დრეკად თვისებებს.

გაჭიმვა/კუმშვის ძაბვა და წაგრძელება

უმარტივესი დეფორმაციის სახეა მავთულის/დეროს გაჭიმვა/შეკუმშვა მის ბოლოებზე მოდებული ძალების მოქმედებით (სურ. 11.2). ℓ_0 არის სხეულის *საწყისი სიგრძე*, ℓ – *საბოლოო*, ხოლო $\Delta\ell$ *აბსოლუტური წარგძელებაა*. F იყოს სხეულის დეფორმაციის გამომწვევი ძალა და S – *განივკვეთის ფართობი*. მაშინ სხეულის გაჭიმვისას მასში აღძრული ძაბვა გამოისახება შემდეგი სახით:



$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (11.7)$$

სურ. 11.2. დრეკადი სხეულის გაჭიმვის დეფორმაცია

გაითვალისწინეთ, რომ ძალა განივკვეთის ფართობის მართობულია, ფორმულაში მისი მოდულია გამოყენებული და ძაბვა არის სკალარული სიდიდე. მისი ერთეულია *პასკალი* ($\text{პა} = \text{ნ/მ}^2$). როგორც ხედავთ, ძაბვას წნევის ერთეული აქვს.

გაჭიმვისას დეფორმირებული სხეულის სიგრძე იცვლება ℓ_0 -დან ℓ -მდე ანუ მატულობს $\Delta\ell$ აბსოლუტური წარგძელებით. **ფარდობითი წაგრძელება გამოისახება აბსოლუტური წაგრძელების საწყის სიგრძესთან ფარდობით და აჩვენებს, საწყისი სიგრძის რა ნაწილს შეადგენს სხეულის წაგრძელება დეფორმაციისას** (ხშირად აღებული პროცენტებში):

$$\varepsilon = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}. \quad (11.8)$$

(11.5) შეგვიძლია ახლა გადავწეროთ მათემატიკური სიმბოლოებით:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (11.9)$$

ჩვენ, მაშასადამე, მივიღეთ ჰუკის კანონის მორიგი მათემატიკური გამოსახულება. აქ E **იუნგის მოდულია**, სიდიდე, რომელიც ახასიათებს *დეფორმირებული სხეულის მასალის დრეკად თვისებებს*. (11.9)-ისა და (11.6)-ის სკალარული ფორმის ($F = k\Delta\ell$) შედარებით მივიღებთ გამოსახულებას სიხისტისთვის:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \Rightarrow \sigma = \frac{F}{S}, \varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0} \Rightarrow \frac{F\ell_0}{S\Delta\ell} \Rightarrow F = E \frac{S}{\ell_0} \Delta\ell,$$

და

$$k = E \frac{S}{\ell_0}. \quad (11.10)$$

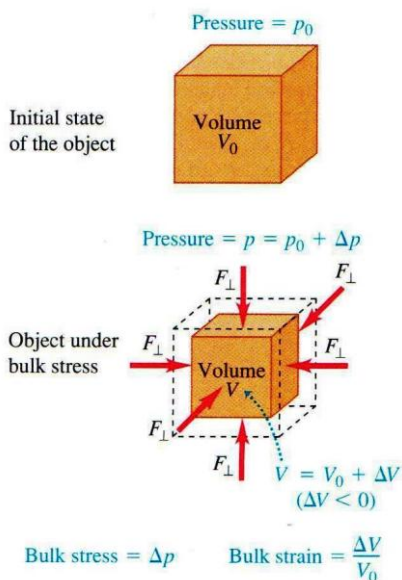
ცხადია სხეულთა შეკუმშვა აღიწერება იგივე გამოსახულებებით.

მოცულობითი ძაბვა და შეკუმშვა

როდესაც მყვინთავი ღრმად ყვინთავს ოკეანეში, წყალი მასზე ზემოქმედებს თითქმის მუდმივი წნევით მთელ ზედაპირზე და ოდნავ კუმშავს მის სხეულს. ასეთი სახის დეფორმაციას მოცულობითი დეფორმაცია ეწოდება და ამ დროს გამოიყენება ტერმინები **მოცულობითი ძაბვა** და **მოცულობითი წარგძელება**. თუ სხეული იმყოფება სითხეში/აირში, ეს უკანასკნელი მოქმედებს სხეულზე ძალით ყველა მხრიდან, და ძალა მართობულია სხეულის ზედაპირის ყველა წერტილში (სურ. 11.3). ამ დროს სხეულზე არსებული წნევა გამოისახება ცნობილი ფორმულით

$$p = \frac{F}{S}. \quad (11.11)$$

სითხის/ზღვის სიღრმის ზრდასთან ერთად იზრდება წნევაც (ზღვის სიღრმის ყოველი 10 მეტრით მომატებისას წყლის წნევა საშუალოდ *ერთი ატმოსფეროთი* (10^5 პა) იზრდება ($p = \rho gh = 10^3 \text{ კგ/მ}^3 \cdot 10 \text{ მ/წმ}^2 \cdot 10 \text{ მ} = 10^5 \text{ პა}$)). ამ შემთხვევაში ძაბვის როლს სწორედ წნევა ასრულებს ($p \rightarrow \sigma$). ფარდობითი



სურ. 11.3. მოცულობითი დეფორმაცია

შეკუმშვა კი გამოისახება სხეულის მოცულობის ცვლილების მის საწყის მოცულობაზე ფარდობით

$$\varepsilon = \frac{V_0 - V}{V_0} = \frac{\Delta V}{V_0}. \quad (11.12)$$

ამ ვითარებას ასევე მიესადაგება ჰუკის კანონი და შესაბამის დრეკადობის კოეფიციენტს **მოცულობით მოდულს** (B) უწოდებენ.

როდესაც სხეულზე არსებული წნევა იცვლება მცირე Δp სიდიდით p_0 -დან $p_0 + \Delta p$ -მდე, ჰუკის კანონი შემდეგ სახეს იღებს:

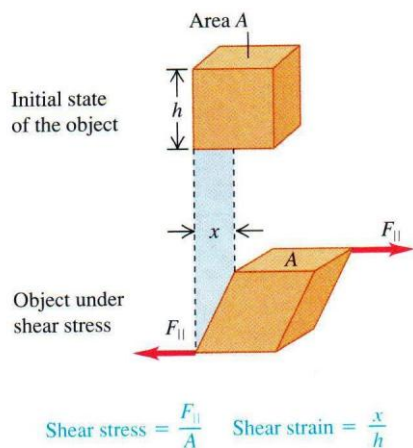
$$B = \frac{\text{მოცულობითი ძაბვა}}{\text{მოცულობითი შეკუმშვა}} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V_0}. \quad (11.13)$$

განტოლებაში მინუსი აჩვენებს, რომ წნევის ზრდა ყოველთვის იწვევს მოცულობის შემცირებას, ანუ, თუ Δp დადებითია, ΔV უარყოფითია. თავისთავად მოცულობითი მოდული დადებითი სიდიდეა. მოცულობითი მოდულის შებრუნებულ სიდიდეს **კუმშვადობა** ეწოდება და ის აღინიშნება C სიმბოლოთი

$$C = \frac{1}{B} = -\frac{\Delta V/V_0}{\Delta p} = -\frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta p}. \quad (11.14)$$

კუმშვადობა წარმოადგენს მოცულობის კლებას წნევის ერთეულოვანი ზრდისას.

წანაცვლების ძაბვა და წაგრძელება



სურ. 11.4. წანაცვლების დეფორმაცია

ფარდობა განივ h ზომასთან

დეფორმაციის მესამე სახეა **წანაცვლება**. დეფორმაციის ეს სახეობა შეიმჩნევა, როდესაც ძალები მოქმედებს სხეულზე მისი ზედაპირის მხების გასწვრივ ურთიერთ საპირისპირო მიმართულებით, შედეგად სხეულის ცალკეული ნაწილები ინაცვლებს ერთმანეთის მიმართ (სურ. 11.4). **წანაცვლების ძაბვა** განისაზღვრება ზედაპირისადმი მხების გასწვრივ მოქმედი ძალის ფარდობით იმ ზედაპირის ფართობთან, რომელზეც ეს ძალა მოქმედებს:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (11.15)$$

როგორც სურათიდან ჩანს, სხეულის ერთი ზედაპირი წანაცვლებულია მეორის მიმართ x მანძილით. წანაცვლების წაგრძელებას ვსაზღვრავთ, როგორც x წანაცვლების

$$\varepsilon = \frac{x}{h}. \quad (11.16)$$

ჩვეულებრივად, წანაცვლება გაცილებით ნაკლებია სხეულის სისქეზე/განივ ზომაზე ($x \ll h$).

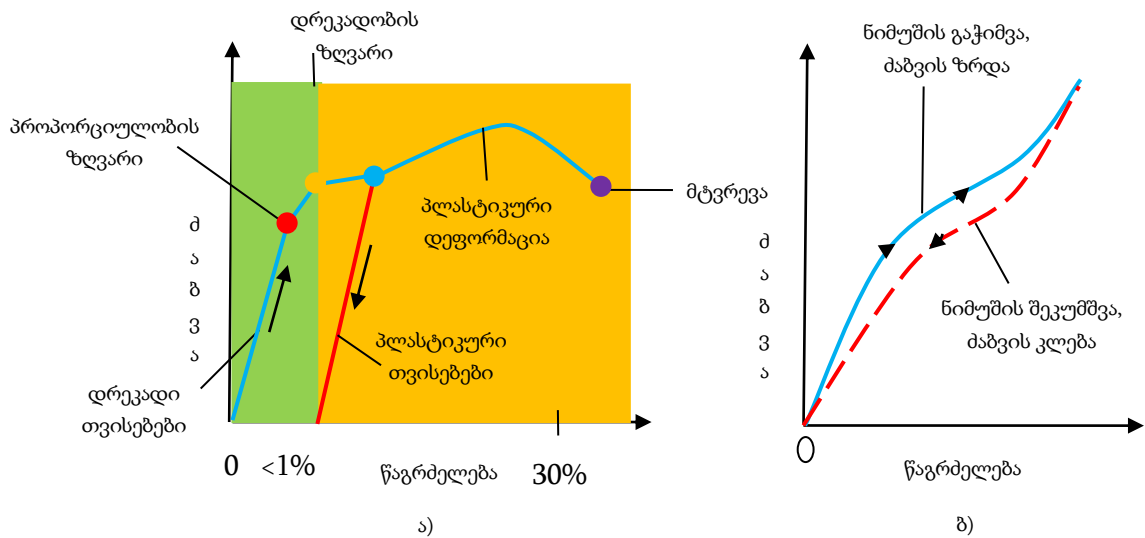
რადგან წანაცვლების დეფორმაციისას წაგრძელება მცირეა, ჰუკის კანონი კარგად სრულდება. შესაბამისი დრეკადობის მოდული, რომელსაც წანაცვლების მოდული ეწოდება, გამოითვლება, როგორც ძაბვისა და წაგრძელების ფარდობა:

$$D = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/S}{x/h} = \frac{Fh}{xS}. \quad (11.17)$$

11.4. დრეკადობა და პლასტიურობა

ჰუკის კანონს, რომელიც ამყარებს პროპორციულ დამოკიდებულებას ძაბვასა და წაგრძელებას შორის, აქვს გამოყენების საკმარისად შეზღუდული ჩარჩოები. გავარკვიოთ, რა შეზღუდვებზეა საუბარი ჰუკის კანონის გამოყენებისას.

კიდევ ერთხელ დავაკვირდეთ ძაბვასა და წაგრძელებას. წარმოვიდგინოთ ძაბვის გრაფიკული დამოკიდებულება წაგრძელებაზე (სურ. 11.5). თუ ჰუკის კანონი ძალაშია, მაშინ გრაფიკი წარმოადგენს *წრფეს*, რომლის *დახრილობა იუნგის მოდულის ტოლია*.



სურ. 11.5. ძაბვის წაგრძელებაზე დამოკიდებულების გრაფიკი დეფორმაციისას

ა) ჰუკის კანონის გამოყენების ჩარჩოები

ბ) დრეკადი ჰისტერეზისი

გრაფიკზე წაგრძელება მოცემულია პროცენტებში (დერძზე პროცენტული განაწილება არათანაბარია ადგილის ეკონომიის გამო). გრაფიკის პირველი ნაწილი, სადაც მოქმედებს ჰუკის კანონი, წარმოადგენს წრფეს. აქ ძაბვა წაგრძელების პროპორციულია. წრფე მთავრდება წითელ წერტილში, რომელსაც *პროპორციულობის ზღვარი* ეწოდება. წითელსა და ნარინჯისფერ წერტილებს შორის ძაბვა წაგრძელების პროპორციული აღარ არის და ჰუკის კანონი იქ აღარ მოქმედებს, მაგრამ 0-დან ნარინჯისფერ წერტილამდე ნებისმიერ ადგილას დეფორმაცია *შექცევადია*. ეს ნიშნავს, რომ მადეფორმირებელი (კონსერვატული) ძალების მოქმედების შეწყვეტის შემდეგ სხეული სრულად იბრუნებს პირვანდელ ზომას. ენერჯის დანაკარგიც არ შეიმჩნევა ანუ ის ინახება. ამ მოწვევებზე (0 – ნარინჯისფერი წერტილი) მასალა ავლენს დრეკად თვისებებს. ნარინჯისფერ წერტილს *დრეკადობის ზღვარი* ეწოდება.

როდესაც ძაბვის ზრდას გავაგრძელებთ ნარინჯისფერი წერტილის იქით, იზრდება წაგრძელებაც, მაგრამ რომელიმე წერტილში (ვთქვათ, ცისფერში) დატვირთვის მოხსნის შემდეგ სხეული ვეღარ იბრუნებს პირვანდელ ზომას. ამის ნაცვლად, ის წითელ წირს მიყვება: სხეულის სიგრძე მეტი რჩება, ვიდრე იყო თავიდან, ნიმუში განიცდის *შეუქცევად დეფორმაციას* ანუ ადგილი აქვს ე.წ. *ნარჩენ დეფორმაციას*. ძაბვის შემდგომი ზრდა (ცისფერი წერტილის იქით) უკვე წაგრძელების სწრაფ /არაპროპორციულ ზრდას იწვევს. იასამნისფერ წერტილში კი მასალა უკიდურეს მდგომარეობაში აღმოჩნდება და მტვრევას იწყებს. უბანს ცისფერსა და იასამნისფერ წერტილებს შორის *პლასტიკური დეფორმაცია* ეწოდება. პლასტიკური დეფორმაცია შეუქცევადია.

სითხეებისა და აირების მექანიკა

12. სითხეების/აირების სტატიკა და დინამიკა

სითხეები და აირები უმნიშვნელოვანეს როლს ასრულებს ყოველდღიურ ცხოვრებაში. ჩვენ ვსვამთ მათ, ვსუნთქავთ და ვცურავთ მათში. ისინი მიედინება ჩვენ სხეულებში და ქმნის ამინდს. აირებს, როგორც ადვილად კუმშვად, ხოლო სითხეებს, როგორც თითქმის უკუმშვად ნივთიერებად აღვიქვამთ, თუმცა გამონაკლისებიც არსებობს.

მასალის შესწავლას დავიწყებთ **სითხეებისა და აირების სტატიკით**, ანუ განვიხილავთ სითხეებსა და აირებს უძრავ, წონასწორულ მდგომარეობაში. ეს ნაწილი ეფუძნება ნიუტონის კანონებს. სხვასთან ერთად, აქ განვიხილავთ სიმკვრივეს, წნევას, პასკალის კანონს, სხეულთა ცურვის პირობებს და სხვა.

შემდეგ გადავალთ **სითხეებისა და აირების დინამიკის** შესწავლაზე, ანუ განვიხილავთ მათ მოძრავ მდგომარეობაში, რაც გაცილებით რთულ მასალას მოიცავს. საბედნიეროდ, ჩვენ მოგვეცემა საშუალება მრავალი მნიშვნელოვანი მოვლენისა თუ ვითარების ანალიზისას ვისარგებლოთ გამარტივებული, იდეალიზებული მოდელებით და ისეთი ცნობილი კანონებით, როგორცაა *ნიუტონის ან ენერჯის შენახვის კანონები*.

12.1. სიმკვრივე

ნივთიერების **სიმკვრივე** მისი უმნიშვნელოვანესი მახასიათებელია. ის განისაზღვრება ამ ნივთიერებისგან დამზადებული სხეულის *მასის ფარდობით მის მოცულობასთან*. ის აღინიშნება ბერძნული სიმბოლოთი ρ . ერთგვაროვანი სხეულის სიმკვრივე ერთნაირია მის ყველა ნაწილში.

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (12.1)$$

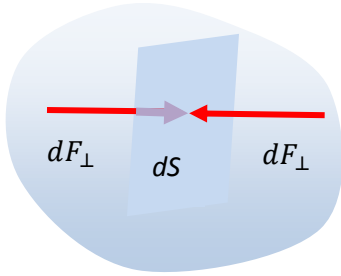
SI სისტემაში სიმკვრივის ერთეულია კგ/მ³.

არაერთგვაროვან სხეულებს ახასიათებენ **საშუალო სიმკვრივით**. საშუალო სიმკვრივე განისაზღვრება *სხეულის მთლიანი მასის მის სრულ მოცულობასთან ფარდობით*, ანუ იგივე ფორმულით, თუმცა ცხადია, რომ სხეულის სხვადასხვა ნაწილში (მაგალითის სახით ავიღოთ ადამიანის სხეული) სიმკვრივე განსხვავებულ რიცხვით მნიშვნელობებს აღწევს.

ნივთიერების სიმკვრივე დიდად დამოკიდებულია გარეგან პირობებზე – *ტემპერატურასა და წნევაზე*.

12.2. სითხის/აირის წნევა

როდესაც რაიმე სითხე ან აირი უძრავ მდგომარეობაშია, ის ავითარებს მართობულ ძალას ნებისმიერ ზედაპირზე, რომელსაც ის ეხება (ჭურჭლის კედლები, ფსკერი, სითხეში ან აირში მყოფი სხეული და სხვა). თვით სითხის/აირის უძრაობის მიუხედავად, მისი შემადგენელი მოლეკულები განუწყვეტლივ მოძრაობაშია და სწორედ მათი შეჯახებები მოცემულ ზედაპირთან აღძრავს ამ ძალას. განვიხილოთ ზედაპირის dS ელემენტი, რომელზეც ორივე მხრიდან (ზედაპირი უძრავი რომ იყოს) მართობულად მოქმედებს ელემენტარული dF_{\perp} ძალა. ამ ძალის მიერ განვითარებული p წნევა განისაზღვრება მისი ფარდობით



სურ. 12.1. უძრავ სითხეში/აირში ზედაპირის ელემენტზე მოქმედი ძალები

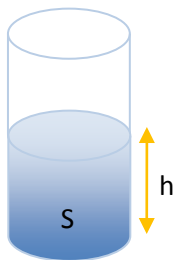
ზედაპირის შესაბამის ელემენტთან

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dS}. \quad (12.2)$$

თუ წნევა მოცემული ზედაპირის ყველა წერტილში ერთნაირია

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}. \quad (12.3)$$

წნევის ერთეულია პასკალი (პა). პა = ნ/მ². 10⁵ პასკალს ბარი ეწოდება.



სურ. 12.2. სითხის/აირის სვეტი

ატმოსფერული წნევა არის დედამიწის ატმოსფეროს მიერ დედამიწის ზედაპირზე განვითარებული წნევა. ეს წნევა იცვლება ამინდის, ტემპერატურისა და სიმაღლის ცვლილებისას. ნორმალური ატმოსფერული წნევა ზღვის დონეზე არის *ერთი ატმოსფერო*, რომელიც 101325 პა ან 1013 ბარს უდრის.

წნევის ზოგადი (12.3) ფორმულიდან ადვილად გამოვთვლით სითხის/აირის სვეტის მიერ წარმოქმნილ წნევას იმ ჭურჭლის ფსკერზე, სადაც ის იმყოფება. სითხის/აირის სვეტი ჭურჭლის ფსკერს თავისი სიმძიმის $w = mg$ ძალით აწევა. მაშასადამე,

$$p = \frac{mg}{S} \Rightarrow m = \rho V, V = Sh, m = \rho Sh \Rightarrow \frac{\rho Shg}{S} = \rho gh,$$

ანუ

$$p = \rho gh, \quad (12.4)$$

სადაც ρ სითხის/აირის სიმკვრივეა, h – სითხის/აირის სვეტის სიმაღლეა. სწორედ ამ ფორმულით გამოთვალა ატმოსფერული წნევა იტალიელმა ფიზიკოსმა *ევანჯელისტა ტორიჩელიმ*.

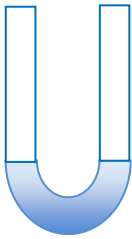
დედამიწის ზედაპირიდან ათვლილი სიმაღლის ზრდისას ატმოსფერული წნევა მცირდება და (12.4) სიმაღლის ელემენტარული ცვლილებისთვის შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$dp_{ატ} = -\rho g dh.$$

1653 წელს ფრანგმა ფიზიკოსმა *ბლეზ პასკალმა* ჩამოაყალიბა კანონი, რომელმაც მისი სახელი მიიღო:

- *სითხე/აირი მასზე არსებულ წნევას უცვლელად გადასცემს ყველა მიმართულებით.*

წნევის (12.4) ფორმულის საშუალებით ადვილად აიხსნება *ზიარჭურჭლების კანონი*, რომლის მიხედვითაც *ზიარჭურჭლებში ერთგვაროვანი სითხე ერთ დონეზე იმყოფება* (სურ. 12.3). ხოლო, თუ *ზიარჭურჭლების* მუხლებში სხვადასხვა სიმკვრივის სითხეები ასხია, ნაკლები სიმკვრივის მქონე სითხის სვეტი უფრო მაღალია, ვიდრე მეტი სიმკვრივის მქონე სითხის:



სურ. 12.3. *ზიარჭურჭელი, ერთგვაროვანი სითხე*

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

პასკალის კანონის პრაქტიკული გამოყენების მაგალითია *ჰიდრაულიკური წნეხი/მანქანა*, სადაც მცირე დეგუმზე მცირე ძალის მოქმედებით დიდ დეგუმზე ვღებულობთ დიდ ძალას, რომელსაც მძიმე ტვირთების აწევა ძალუბ:

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}, \quad F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}. \quad (12.5)$$

წნევის ზოგადი გამოსახულება სითხის მიერ ნებისმიერ სიღრმეზე მყოფ სხეულზე განვითარებული წნევის გაზომვის საშუალებას იძლევა შემდეგი ფორმულით:

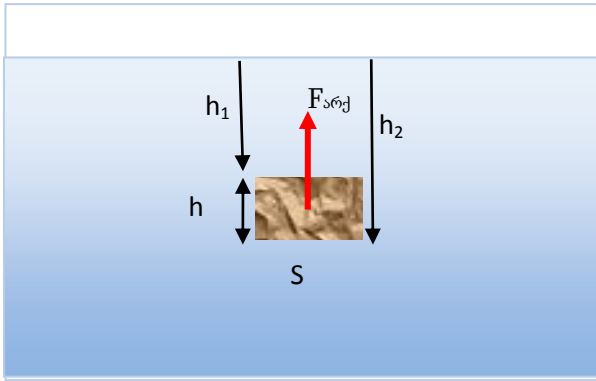
$$p = p_0 + \rho gh.$$

ამ გამოსახულებაში p სითხის მიერ h სიღრმეზე მყოფ სხეულზე განვითარებული სრული წნევა ორი ნაწილისგან შედგება, ერთი მათგანია p_0 – ატმოსფერული წნევა სითხის ზედაპირზე, მეორე – ρgh უშუალოდ სითხის მიერ სხეულზე განვითარებული წნევაა.

12.3. სხეულთა ცურვის პირობები. არქიმედეს კანონი

სითხეში ჩადირული სხეული იწონის ნაკლებს, ვიდრე ჰაერში. თუ სხეულის სიმკვრივე ნაკლებია სითხის სიმკვრივეზე ის ცურავს ამ სითხეში. მაგალითად, ადამიანს იმიტომ შეუძლია წყალში ცურვა, რომ მისი საშუალო სიმკვრივე წყლის სიმკვრივეზე ნაკლებია. ჰელიუმით სავსე ბუმბუტი დაფრინავს ჰაერში, რადგან ჰაერის სიმკვრივე საგრძნობლად აღემატება ჰელიუმის სიმკვრივეს.

არქიმედეს კანონი სითხეებისა და აირებისთვის:



სურ. 12.4. სითხეში მოთავსებულ სხეულზე მოქმედი არქიმედეს ამომგდები ძალა

➤ სითხეში/აირში მთლიანად ან ნაწილობრივ ჩაძირულ სხეულზე სითხე/აირი მოქმედებს შვეულად ზემოთ მიმართული ძალით, რომელიც სხეულის მიერ გამოდევნილი სითხის/აირის წონის ტოლია.

ამ ძალას არქიმედეს ამომგდები ძალა ეწოდება (სურ. 12.4). გამოვთვალოთ ეს ძალა: განვიხილოთ ρ სიკვრივის სითხეში მთლიანად ჩაძირული მკაცრი გეომეტრიული ფორმის სხეული. სითხის მხრიდან სხეულის ზედა წახნაგზე არსებული წნევაა $p_1 = \rho g h_1$, ქვედა წახნაგზე კი $p_2 = \rho g h_2$ ($p_2 > p_1$). წნევათა სხვაობა ქვედა და ზედა წახნაგებს შორის არის:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho g h_2 - \rho g h_1 = \rho g (h_2 - h_1),$$

$$\Delta p = \rho g h.$$

მაგრამ, წნევის ზოგადი ფორმულის მიხედვით წნევათა სხვაობა სხეულის ქვედა და ზედა წახნაგებს შორის შეიძლება გამოისახოს ძალის ფარდობით წახნაგის ფართობთან

$$\Delta p = \frac{F_{არქ}}{S}, \quad F_{არქ} = \Delta p S = \rho g h S,$$

მაგრამ $hS = V$ სხეულის მოცულობაა, მაშასადამე, $F_{არქ} = \rho g V$, მაგრამ $\rho V = m$ სითხის მასას სხეულის მოცულობაში და, საბოლოოდ, არქიმედეს ამომგდები ძალისთვის ვღებულობთ:

$$F_{არქ} = m_{სითხე}. \quad (12.6)$$

ეს კი ნამდვილად სხეულის მიერ გამოდევნილი სითხის წონაა.

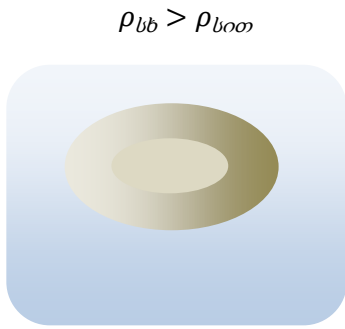
სხეულის ცურვის პირობები:

1. თუ სხეულის ρ სიმკვრივე მეტია სითხის ρ' სიმკვრივეზე ($\rho > \rho'$), ის იძირება.
2. თუ სხეულის სიმკვრივე ნაკლებია სითხის სიმკვრივეზე ($\rho < \rho'$), ის ცურავს სითხის ზედაპირზე ნაწილობრივ ჩაძირულ მდგომარეობაში.
3. თუ სხეულის სიმკვრივე სითხის სიმკვრივის ტოლია ($\rho = \rho'$), ის ტივტივებს სითხეში (მთლიანად ჩაძირულია სითხეში/სრულად დაფარულია სითხით).

ძალების გამოყენებით ეს პირობები ჩაიწერება შემდეგი სახით (სხეულზე მოქმედებს მხოლოდ მისი სიმძიმის და არქიმედეს ძალები)

1. სხეული იძირება სითხეში, თუ $mg > F_{არქ}$.
2. სხეული ცურავს სითხის ზედაპირზე (ნაწილობრივ ჩაძირული), თუ $mg < F_{არქ}$.
3. სხეული ტივტივებს სითხეში (მთლიანად ჩაძირულია), თუ $mg = F_{არქ}$.

სხეულთა ცურვის ამ პირობების გამონაკლისს *ღრუ სხეულები* წარმოადგენს (წყალ-ქვეშა ნავი), რომელთა მასალის სიმკვრივე მეტია სითხის სიმკვრივეზე, თუმცა სიღრუის დიდი მოცულობის გამო არქიმედეს და სიმძიმის ძალები ერთმანეთის ტოლია და სხეული ტივტივებს სითხეში (სურ. 12.5). თუ V სხეულის გარე მოცულობაა, ხოლო V' – სიღრუის მოცულობა, მაშინ ღრუ სხეულის ცურვის პირობა ჩაიწერება შემდეგი სახით:



სურ. 12.5. ღრუ სხეული ტივტივებს სითხეში

$$mg = F_{არქ} \quad \rho_{sb}(V - V')g = \rho_{liq}Vg$$

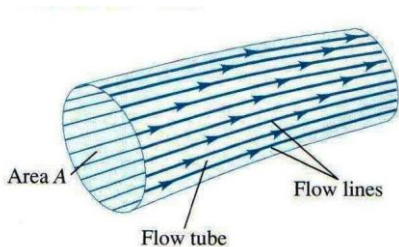
ანუ

$$\rho_{sb}(V - V') = \rho_{liq}V. \quad (12.7)$$

12.4. სითხის/აირის ნაკადი

ახლა განვიხილოთ სითხის/აირის მოძრაობა. ეს მოძრაობა შეიძლება უკიდურესად რთულ ფორმებს ღებულობდეს, თუმცა ზოგი ვითარება შეიძლება აღიწეროს შედარებით მარტივი იდეალიზებული მოდელებით. **იდეალური სითხე/აირი უკუმშვადია** (მისი სიმკვრივე მუდმივია) და არ აქვს *შინაგანი ხახუნი* (ე.წ. *სიბლანტე*). რეალურად სითხეები ისედაც ძნელად კუმშვადია და აირიც შეიძლება უკუმშვადად ჩავთვალოთ, თუ წნევათა სხვაობა ორ სხვადასხვა ადგილს შორის, სადაც გაიარა აირმა, დიდი არ არის. შინაგანი ხახუნი იწვევს წანაცვლების დეფორმაციას სითხის/აირის ორ მეზობელ ურთიერთმომრავ ფენას შორის. ზოგ შემთხვევაში შეიძლება ეს წანაცვლების ძალები ვუგულებელვყოთ მიზიდულობისა და წნევათა სხვაობასთან შედარებით.

ცალკეული ნაწილაკის მოძრასობის ტრაექტორიას მოძრავ სითხეში/აირში **ნაკადის წირი** ეწოდება. თუ დინების სრული სურათი დროის განმავლობაში უცვლელია, დინების ნაკადს **მუდმივი ნაკადი** ეწოდება. **ნაკადის წირი** არის მრუდი, რომლის ნებისმიერ წერტილში გავლებული მხები სითხის/აირის სიჩქარის თანხვედნილია.

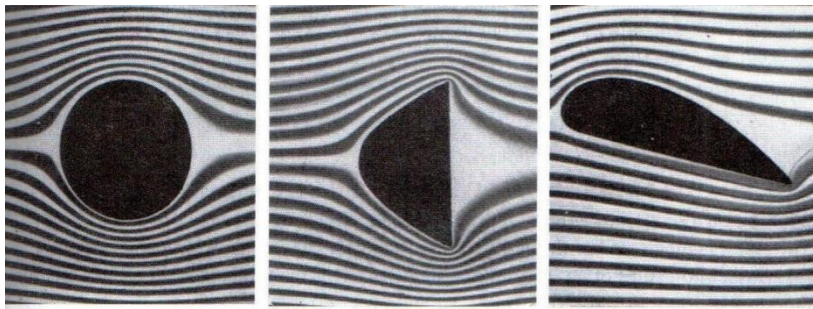


სურ. 12.6.

დინების წირები, რომლებიც ფართობის წარმოსახვით ელემენტში გადის, ქმნის ე.წ. **ნაკადის მილს** (სურ. 12.6). არცერთ ნაკადს არ შეუძლია გადაკვეთოს ნაკადის მილის კედელი, ე.ი., სხვადასხვა ნაკადის მილში გამდინარე ნაკადი ვერ აირევა ერთმანეთში.

სურ. 12.7-ზე ნაჩვენებია სამი სხვადასხვა ფორმის დაბრკოლების გარშემოვლა დინების ნაკადის მიერ, ვიწრო მილში. ეს არის ტიპური **ლამინარული დინება** – სადაც ნაკადის მეზობელ ფენებს გლუვი შეხება აქვს ერთმანეთთან, ამ დროს ნაკადი მუდმივია. შედარებით სწრაფი დინებისას ან, როდესაც შემხები ზედაპირები ახდენს სიჩქარის მკვეთრ ცვლილებას, ნაკადი არაერთგვაროვანი და ქაოსური ხდება. ამ მოვლენას

ტურბულენტობა ეწოდება (სურ. 12.8). ტურბულენტური დინებისას ნაკადის სურათი



ქაოსურად

სურ. 12.7. ლამინარული დინება

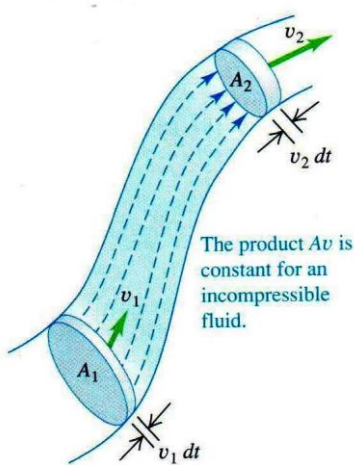
იცვლება.



სურ. 12.8. ტურბულენტობა

უწყვეტობის განტოლება

ნაკადის მასა მოძრაობისას არ იცვლება. ამ გარემოებას მივყავართ მნიშვნელოვან რაოდენობრივ თანაფარდობამდე, რომელსაც **უწყვეტობის განტოლება** ეწოდება. განვიხილოთ ნაკადის მილის ნაწილი ორ უძრავ კვეთას შორის ფართობებით A_1 და A_2 (სურ. 12.9). ამ კვეთებში ნაკადის სიჩქარეებია, შესაბამისად, v_1 და v_2 . დროის უმცირეს dt შუალედში A_1 კვეთაში გადის $v_1 dt$ მანძილს და A_2 კვეთაში, შესაბამისად, $v_2 dt$ -ს. ნაკადის მილში, მამასადამე, ჩნდება ორი ცილინდრი მოცულობებით $dV_1 = A_1 v_1 dt$ და $dV_2 = A_2 v_2 dt$. პირველი შედის A_1 ფართობის კვეთაში, ხოლო მეორე გამოდის A_2 ფართობის კვეთიდან.



სურ. 12.9.

თავიდან განვიხილოთ უკუმშვადი ნაკადი (სიმკვრივე ერთნაირია ყველა წერტილში). დროის უმცირეს dt შუალედში A_1 კვეთაში გადის ნაკადის $dm_1 = \rho dV_1 = \rho A_1 v_1 dt$ ელემენტარული მასა, ხოლო A_2 კვეთიდან გადის $-dm_2 = \rho A_2 v_2 dt$. მუდმივ ნაკადში მილში გამავალი მასა

მუდმივია/უცვლელი ($dm_1 = dm_2$) ასე, რომ

$$\rho A_1 v_1 dt = \rho A_2 v_2 dt$$

ან

$$A_1 v_1 = A_2 v_2. \tag{12.8}$$

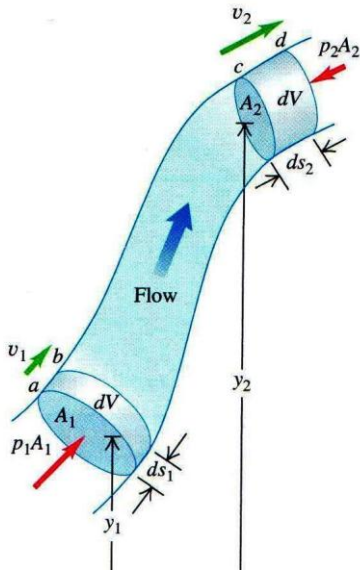
კუმშვადი სითხის შემთხვევაში, როდესაც პირველ კვეთაში ნაკადის სიმკვრივეა ρ_1 , ხოლო მეორეში – ρ_2 , მაშინ (12.8) გადაიწერება შემდეგი სახით:

$$\rho_1 A_1 v_1 = A_2 v_2 \rho_2. \tag{12.9}$$

(12.8) და (12.9) გამოსახულებებს **უწყვეტობის განტოლება** ეწოდება.

12.5. ბერნულის განტოლება

უწყვეტობის განტოლების მიხედვით სითხის/აირის ნაკადის სიჩქარე შეიძლება იცვლებოდეს ანუ იღებდეს სხვადასხვა მნიშვნელობებს ნაკადის მილის სხვადასხვა წერტილში. წნევა ასევე შეიძლება იცვლებოდეს, რადგან ის სიმაღლეზე და ნაკადის სიჩქარეზე დამოკიდებულია. იტალიელმა ფიზიკოსმა *დანიელ ბერნულიმ* დაამყარა კავშირი იდეალური, უკუმშვადი სითხის/აირის ნაკადის წნევის, სიჩქარისა და სიმაღლეს შორის. ბერნულის განტოლება უმნიშვნელოვანესი იარაღია წყალსადენი სისტემების, ჰიდროელექტროსადგურებისა და თვითმფრინავთა ფრენის ანალიზისას.



სურ. 12.10.

ბერნულის განტოლების მისაღებად მიუსადაგოთ ნაკადს მუშაობა-კინეტიკური ენერჯის თეორემა. სურათზე 12.10 განვსაზღვროთ ნაკადის ელემენტი, რომელიც დაკვირვების დასაწყისში განთავსებულია a და c კვეთებს შორის. ქვედა და ზედა ბოლოებზე სიჩქარეები იყოს, შესაბამისად, v_1 და v_2 . დროის უმცირეს dt შუალედში ნაკადი, რომელიც თავიდან a წერტილში იყო, გადადის b წერტილში გადის რა $ds_1 = v_1 dt$ მანძილს. შესაბამისად, ნაკადი, რომელიც თავიდან c წერტილში იყო, გადადის d წერტილში და გადის $ds_2 = v_2 dt$ მანძილს. მილის მოცემული ბოლოების ფართობებია A_1 და A_2 . ჩავთვალოთ, რომ ნაკადი უკუმშვადია. ამიტომ, უწყვეტობის განტოლების თანახმად, ნებისმიერ კვეთაში დროის dt შუალედში ერთი და იგივე dV მოცულობის ნაკადი გადის ანუ $dV = A_1 ds_1 = A_2 ds_2$. გამოვთვალოთ მუშაობა, რომელიც სრულდება ნაკადის ამ ელემენტზე დროის dt შუალედში. ნაკადში გამოვრიცხოთ სიბლანტე, მაშინ მუშაობას შეასრულებს ძალები, აღძრული ნაკადზე გარედან/გარემოს მიერ განვითარებული წნევით. ნაკადის მილის ბოლოებზე წნევებია p_1 და p_2 . შესაბამისი ძალები a და c წერტილებში იქნება $F_1 = p_1 A_1$ და $F_2 = p_2 A_2$. ნაკადის ელემენტის ამ გადაადგილებაზე გარემოს მიერ შესრულებული მუშაობაა

$$dW = F_1 ds_1 - F_2 ds_2 = p_1 A_1 ds_1 - p_2 A_2 ds_2 = (p_1 - p_2) dV. \quad (12.10)$$

მეორე წევრი მინუსით იმიტომ არის აღებული, რომ c წერტილში ძალის მიმართულება ნაკადის გადაადგილების საპირისპიროა.

dW მუშაობა ნაკადის ელემენტის სრული მექანიკური ენერჯის ცვლილების ტოლია. ნაკადის სრული მექანიკური ენერჯია b და c წერტილებს შორის არ იცვლება/მუდმივია. დროის dt შუალედის დასაწყისში ნაკადს a და b წერტილებს შორის აქვს $A_1 ds_1$ მოცულობა, $\rho A_1 ds_1$ მასა და $\frac{1}{2} \rho A_1 ds_1 v_1^2$ კინეტიკური ენერჯია. დროის dt შუალედის ბოლოს ნაკადის კინეტიკური ენერჯია c და d წერტილებს შორის არის $\frac{1}{2} \rho A_2 ds_2 v_2^2$. კინეტიკური ენერჯის ცვლილება ამ დროს იქნება

$$dK = \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2). \quad (12.11)$$

რაც შეეხება სიმძიმის ძალის პოტენციურ ენერგიას, მოცემული დროის dt შუალედის დასაწყისში a და b წერტილებს შორის მასის ელემენტის პოტენციური ენერგია არის $dmgy_1 = \rho dVgy_1$, ხოლო დროის dt შუალედის ბოლოს c და d წერტილებს შორის $-\rho dVgy_2$. ამ დროის შუალედში პოტენციური ენერგიის ცვლილება ტოლი იქნება

$$dU = \rho dVg(y_2 - y_1). \quad (12.12)$$

მაგრამ შესრულებული მუშაობა სრული მექანიკური ენერგიის ცვლილების ტოლია

$$dW = dK + dU$$

ანუ

$$(p_1 - p_2)dV = \frac{1}{2}\rho dV(v_2^2 - v_1^2) + \rho dVg(y_2 - y_1),$$

მოცულობის ცვლილებაზე შეკვეცით ვიღებთ:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1) = \rho \left[\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + g(y_2 - y_1) \right]. \quad (12.13)$$

ეს არის ბერნულის განტოლება, რომელიც ამტკიცებს, რომ

- ნაკადის ერთეულოვან მოცულობაზე გარემოს მიერ შესრულებული მუშაობა ნაკადის ერთეულოვანი მოცულობის კინეტიკური და პოტენციური ენერგიების ცვლილების ჯამის ტოლია.

ის ასევე შეიძლება განიმარტოს წნევის ცნების გამოყენებით: მარჯვენა მხარეს პირველი წევრი არის წნევის ცვლილება, დაკავშირებული ნაკადის სიჩქარის ცვლილებასთან, მეორე კი წნევის ცვლილებაა, განპირობებული ნაკადის წონითა და ნაკადის მილის ბოლოების დონეებს შორის არსებული სხვაობით. გადავწეროთ (12.13) უფრო მოსახერხებელი სახით

$$p_1 + \rho gy_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gy_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2. \quad (12.14)$$

სიდიდეების აღმნიშნავი ციფრები 1 და 2 გულისხმობს ნაკადის მილში აღწებულ ორ ნებისმიერ წერტილს, მაშასადამე, ბერნულის განტოლება ზოგადი სახით იქნება

$$p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = const. \quad (12.15)$$

13. მსოფლიო მიზიდულობა/გრავიტაცია

სხეულთა შორის არსებული მიზიდულობა/გრავიტაცია ერთერთია იმ ოთხ ურთიერთქმედებათა შორის, რომლებიც არსებობს ბუნებაში. მე-17 საუკუნეში სერ ისაკ ნიუტონმა საფუძვლიანად შეისწავლა ეს საკითხი და ჩამოაყალიბა მსოფლიო მიზიდულობის კანონი, რომელიც იმდენად ყოვლისმომცველია, რომ ხსნის ურთიერთმედებას არა მარტო სხეულთა შორის, არამედ სხეულისა და დედამიწის, ასევე პლანეტებს შორის და სხვა.

13.1 ნიუტონის მსოფლიო მიზიდულობის კანონი

1667 წელს სერ ისაკ ნიუტონმა ჩამოაყალიბა მსოფლიო მიზიდულობის კანონი

- სხეულები ურთიერთმიიზება ძალით, რომელიც მათი მასების ნამრავლის პირდაპირ პროპორციული და მათ შორის მანძილის კვადრატის უკუპროპორციულია.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (13.1)$$

ამ ძალას მსოფლიო მიზიდულობის ან სიმძიმის ძალას უწოდებენ. m_1, m_2 ურთიერთქმედი სხეულების მასებია, r – მათ შორის მანძილის კვადრატი. ფორმულაში მოცემული სიდიდე $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ ნმ}^2/\text{კგ}^2$ გრავიტაციული მუდმივაა, რომლის სიმცირის გამო დედამიწაზე არსებულ სხეულთა შორის ამ ძალის მოქმედება შეუმჩნეველია. მნიშვნელოვან სიდიდეს ის აღწევს მხოლოდ სხეულის უშუალოდ დედამიწის მიერ მიზიდვისას, და ის გამოისახება შემდეგი სახით:

$$F = G \frac{mM}{R^2}. \quad (13.2)$$

აქ M, R , შესაბამისად, დედამიწის მასა და რადიუსია ($R \approx 6\,370\,000 \text{ მ}$, $M \approx 5,96 \cdot 10^{24} \text{ კგ}$).

თუ სხეული ატანილია დედამიწის ზედაპირიდან რაიმე h სიმაღლეზე (საუბარია ასეულ კილომეტრებზე), მსოფლიო მიზიდულობის ძალა იწყებს კლებას, რადგან:

$$F_h = G \frac{mM}{(R + h)^2}.$$

ბუნებაში ყველა ძალა ემორჩილება დინამიკის ნიუტონის მეორე კანონს. ამ ვითარებაში მსოფლიო მიზიდულობის ძალა გამორჩეულია სხვა ძალებისგან იმით, რომ ყველა სხეულს, მათი მასების განურჩევლად, ერთსა და იგივე $g = 9,8 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებას ანიჭებს, რომელსაც სიმძიმის ძალის ან თავისუფალი ვარდნის აჩქარება უწოდეს (სიმძიმის ძალა გამოისახება, მაშასადამე, ფორმულით $F = mg$). მივიღოთ გამოსახულება სიმძიმის ძალის/თავისუფალი ვარდნის აჩქარებისთვის

$$F = mg, \quad F = G \frac{mM}{R^2}, \quad mg = G \frac{mM}{R^2}, \quad g = G \frac{M}{R^2}.$$

სიმძიმის ძალის ან თავისუფალი ვარდნის აჩქარება მუდმივი სიდიდეა, რადგან თავად მუდმივი სიდიდეებისგან შედგება (G, M, R). თუმცა მისი რიცხვითი მნიშვნელობა მცირედ იცვ-

ლება დედამიწის სხვადასხვა ადგილას დედამიწის რადიუსის ცვალებადობის გამო, კერძოდ, მისი უმცირესი მნიშვნელობა ეკვატორზე $g = 9,78$ მ/წმ² (სადაც დედამიწის რადიუსი უდიდესია), ხოლო უდიდესი – პოლუსებზე (იქ დედამიწის რადიუსი უმცირეს მნიშვნელობას აღწევს) $g = 9,83$ მ/წმ².

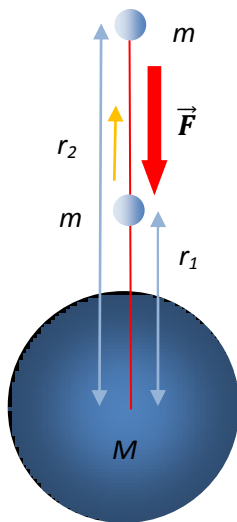
13.2. სხეულის წონა

- ძალა, რომლითაც მსოფლიო მიზიდულობის გამო სხეული მოქმედებს საყრდენსა თუ საკიდელზე, სხეულის წონა ეწოდება.

თუ სხეული არ ასრულებს მოძრაობას შვეული მიმართულებით, მისი წონის რიცხვითი მნიშვნელობა მასზე მოქმედი სიმძიმის ძალის ტოლია

$$w = mg. \quad (13.3)$$

მაგრამ, თუ სხეული შვეულად მოძრაობს α აჩქარებით, მისი წონა მატულობს ma სიდიდით, როდესაც აჩქარება მიმართულია ზემოთ ($w = m(g + a)$) და კლებულობს იგივე სიდიდით, თუ აჩქარება მიმართულია ქვემოთ – $w = m(g - a)$. წონის კლების უკიდურესი შემთხვევაა სხეულის უწონობა (სხეული თავისუფლად ვარდება (g აჩქარებით)) $w = m(g - g) = 0$. სხეულის თანაბარი მოძრაობისას შვეული მიმართულებით ($\alpha = 0$) მისი წონა არ იცვლება ანუ ამ შემთხვევაშიც $w = mg$.



სურ. 13.1. მსოფლიო მიზიდულობის ძალის პოტენციური ენერჯის გამოთვლა

13.3. სიმძიმის ძალის პოტენციური ენერჯია

ადრე უკვე გავეცანით სიმძიმის ძალის პოტენციურ ენერჯიას და მივიღეთ მისი გამომსახველი ფორმულა $U = mgh$. ახლა გამოვსახოთ ის მსოფლიო მიზიდულობის ძალის საშუალებით. სხეულის აწევაზე დედამიწის ცენტრის მიმართ r_1 -დან r_2 მანძილამდე m სხეულის გადატანაზე შესრულებული მუშაობაა

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F dr. \quad (13.4)$$

(13.4)-ში მსოფლიო მიზიდულობის ძალის $F = G \frac{mM}{r^2}$ გამოსახულების ჩასმით (r მანძილია სხეულიდან დედამიწის ცენტრამდე, ხოლო მინუსი ადასტურებს, რომ მსოფლიო მიზიდულობის ძალა სხეულის გადაადგილების საპირისპიროა) მივიღებთ:

$$W = GmM \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -GmM \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = - \left(\frac{GmM}{r_2} - \frac{GmM}{r_1} \right). \quad (13.5)$$

ამ ფორმულის ადრე მიღებულ თანაფარდობასთან $W = -(U_2 - U_1)$ შედარებით მივდივართ დასკვნამდე, რომ მსოფლიო მიზიდულობის პოტენციური ენერჯიაა

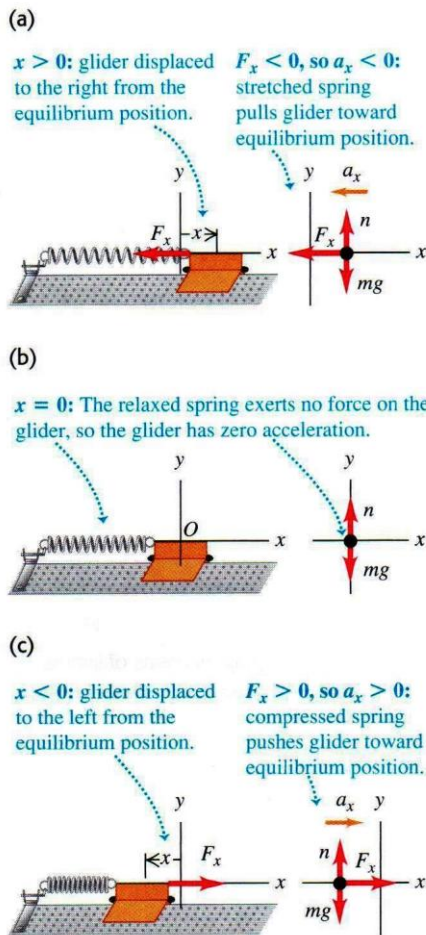
$$U = G \frac{mM}{r}. \quad (13.6)$$

მსოფლიო მიზიდულობის პოტენციური ენერგია დამოკიდებულია დედამიწის ცენტრიდან r მანძილზე. თუ სხეული სცილდება დედამიწის ზედაპირს, მისი პოტენციური ენერგია იზრდება და მსოფლიო მიზიდულობის ძალა ასრულებს უარყოფით მუშაობას, ხოლო სხეულის უკან დაბრუნებისას (დედამიწისკენ) პოტენციური ენერგია კლებულ;ობს და მსოფლიო მიზიდულობის ძალა ასრულებს დადებით მუშაობას.

რხევები და ტალღები

14. მექანიკური რხევები

მოდრაობის მრავალი სახეობა მეორდება დროში: საათის ქანქარას, გიტარის ბგერისა და მანქანის ძრავის ტუმბოს მოძრაობა. ასეთ მოძრაობას **პერიოდული მოძრაობა** ან **რხევა** ეწოდება. პერიოდულ მოძრაობაში კარგი გარკვევა დაგვეხმარება შემდგომ ტალღების, ბგერის, ცვლადი დენისა და სინათლის შესწავლაში.



სურ. 14.1.

მოდრაობას ინერციით (წონასწორულ მდგომარეობაში დრეკადი ძალა ნულის ტოლია). ზამბარა ამ დროს შეკუმშვას იწყებს, იზრდება მოძრაობის საპირისპირო დრეკადი ძალა, რომელიც საბოლოოდ აჩერებს სხეულს, რომელიც უმალ იწყებს უკან დაბრუნებას (წონასწორული მდგომარეობისკენ). ამ დროს დრეკადი ძალა უკვე მოძრაობის თანხვედნილია. წონასწორულ მდგომარეობაში სხეული არ ჩერდება და აგრძელებს მოძრაობას. ეს მოძრაობა დროში მეორდება და მეორდება, ანუ რხევა გრძელდება.

რადგან დრეკადი ძალა ერთადერთი მოქმედი ძალაა, სწორედ ის ანიჭებს სხეულს აჩქარებას, ანუ სამართლიანია თანაფარდობა

პერიოდული მოძრაობაში ჩართული სხეული ყოველთვის გადის ე.წ. მდგრად, წონასწორულ მდგომარეობას. როდესაც ის სცილდება ამ მდგომარეობას და აგრძელებს მოძრაობას, წარმოიქმნება ძალა/ძალის მომენტი, რომელიც აბრუნებს მას წონასწორულ მდგომარეობაში. მაგრამ ამ დროში სხეული მაგროვებს გარკვეულ კინეტიკურ ენერგიას, ამიტომ ის გაივლის წონასწორულ მდგომარეობას და გაჩერდება წერტილში, სადაც მას ამოეწურება კინეტიკური ენერგია, ის სრულად გადავა პოტენციურში. შემდეგ ის ისევ გაემართება წონასწორული მდგომარეობისას და ა.შ.

14.1. რხევის აღწერა, მახასიათებლები

14.1 სურათზე ნაჩვენებია უმარტივესი რხევითი სისტემა: k სიხისტის ზამბარაზე დამაგრებული m მასის სხეული. იდეალიზებულ რხევით სისტემაში უგულებელყოფილია ნებისმიერი წინააღმდეგობა. ზამბარაში აღძრული დრეკადი ძალა სისტემაში მოქმედი ერთადერთი ძალაა. რხევა იწყება ზამბარის გაჭიმვით გარე ძალის ერთჯერადი ზემოქმედებით, შემდგომი მოძრაობა უკვე მხოლოდ დრეკადი ძალის მოქმედებით ხდება: ეს ძალა აბრუნებს სხეულს წონასწორულ მდგომარეობაში, რომელშიც სხეული იძენს მოძრაობის უდიდეს სიჩქარეს და აგრძელებს

$$\vec{F} = -k\vec{x}, \quad \vec{F} = m\vec{a}, \quad m\vec{a} = -k\vec{x}$$

და

$$\vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{x}. \quad (14.1)$$

(x სხეულის წანაცვლებაა წონასწორული მდგომარეობის მიმართ) ანუ მოძრაობის აჩქარება სხეულის წანაცვლების პროპორციულია. მიწის გვიჩვენებს რომ აჩქარება და წანაცვლება ურთიერთსაპირისპიროა.

ჩამოვთვალოთ და განვსაზღვროთ რხევის ძირითადი მახასიათებლები:

- ✓ რხევის ამპლიტუდა (A) – წონასწორული მდგომარეობიდან უდიდესი გადახრა/წანაცვლება, SI სისტემაში იზომება მეტრებით;
- ✓ რხევის პერიოდი (T) – ერთი სრული რხევის დრო, SI სისტემაში იზომება წამებით;
- ✓ რხევის სიხშირე (f) – რხევათა რიცხვი დროის ერთეულში, SI სისტემაში იზომება ჰერცებით (გერმანელი ფიზიკოსის ჰაინრიხ ჰერცის პატივსაცემად);
- ✓ კუთხური სიხშირე (ω) – ბრუნვის კუთხური სიჩქარის ანალოგი, ფაზის ცვლილების სიჩქარეა და სიხშირის ნამრავლია 2π -ზე, SI სისტემაში იზომება რადიან/წამებით.

ეს მახასიათებლები ერთმანეთს უკავშირდება შემდეგი თანაფარდობებით:

$$T = \frac{1}{f}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

გაითვალისწინეთ, რომ ერთი სრული რხევის დროს სხეული გადის ოთხი ამპლიტუდის ტოლ მანძილს ($L = 4A$).

14.2. ჰარმონიული რხევა

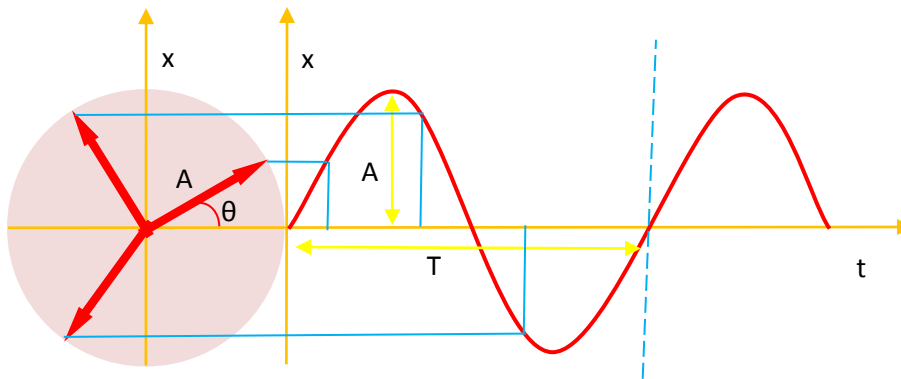
უმარტივესი რხევითი სისტემა წარმოადგენს სისტემას, სადაც აღძრული დრეკადი ძალა წანაცვლების პირდაპირპროპორციულია, ზამზარა იდეალურია და ემორჩილება ჰუკის კანონს. აღძრული ძალა და წანაცვლება ყოველთვის ურთიერთსაპირისპიროა. ასეთ რხევას ჰარმონიული რხევა ეწოდება, ხოლო თვით სისტემას – ჰარმონიული ოსცილატორი.

რხევის აჩქარება არ არის მუდმივი სიდიდე, და რხევა ვერ აღიწერება მუდმივი აჩქარების შემცველი განტოლებებით. მივიღოთ ჰარმონიული რხევის აღმწერი განტოლება. (14.1)-ის თანახმად,

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x, \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0, \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2,$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = 0. \quad (14.3)$$

ეს არის ჰარმონიული რხევის ძირითადი განტოლება (წანაცვლების დამოკიდებულება დროზე). ის წარმოადგენს მეორე რიგის ერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ამონახსნი დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიაში მოცემულია შემდეგი სახით:



სურ. 14. 2. კავშირი რხევითა და ბრუნვით მოძრაობებს შორის

$$x = A \cos \theta = A \cos \omega_0 t. \quad (14.4)$$

აქ θ არის ე.წ. **რხევის ფაზა** (სურ. 14.2), რომელიც *რხევის ამპლიტუდის ტოლი რადიუს-ვექტორის მობრუნების კუთხეა რხევის შესაბამის დროის მომენტში*. რადიუს-ვექტორის სრული შემობრუნება (360° -ით) შეესაბამება ერთ სრულ რხევას შესაბამის რხევით სისტემაში, ω_0 არის **ჰარმონიული რხევის ციკლური სიხშირე**, მისი საშუალებით ადვილად ვსაზღვრავთ, თუ რომელ რხევით სისტემასთან გვაქვს საქმე, რადგან ის შეიცავს რხევითი სისტემის მთავარ მახასიათებლებს ($\omega_0 = k/m$ და $\omega_0 = \sqrt{k/m}$). მისი საშუალებით რხევის პერიოდი და სიხშირე შემდეგნაირად გამოისახება:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0},$$

მაშასადამე

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

თუ რხევა დაიწყო მასზე დაკვირვების დაწყებამდე, მაშინ (14.4)-ში ჩნდება ახალი წევრი, რომელსაც საწყისი ფაზა φ ეწოდება

$$x = A \cos \theta = A \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (14.5)$$

ეს არის კუთხე, რომელზეც მოასწრო მობრუნება რადიუს-ვექტორმა, ვიდრე დაიწყებოდა დაკვირვება რხევაზე ანუ დაიწყებოდა დროის ათვლა. სხვათა შორის, (14.3)-სა და (14.4)-ში შეიძლება *კოსინუსის* ნაცვლად *სინუსიც* ჩაიწეროს, რადგან ეს ორივე ფუნქცია პერიოდულია და ამიტომ გამოიყენება ისეთი პერიოდული მოძრაობის აღწერისთვის, როგორცაა რხევა.

➤ *სინუსის ან კოსინუსის კანონით მიმდინარე რხევას ჰარმონიული რხევა ეწოდება.*

როგორც ცნობილია, კოსინუსი და სინუსი იცვლება -1 -დან 1 -მდე, ამიტომ x წანაცვლებაც იცვლება $-A$ -დან A -მდე.

14.3. ჰარმონიული რხევის სიჩქარე, აჩქარება და ენერგია

რადგან რხევა აჩქარებული მოძრაობაა, უპრიანია რხევის სიჩქარისა და აჩქარების განსაზღვრა წანაცვლების პირველი და მეორე დროის წარმოებულებით. სიჩქარისთვის შემდეგ გამოსახულებას ვიღებთ:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A \cos(\omega_0 t + \varphi)) = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi) = -A_v \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

ანუ

$$v = -A_v \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (14.6)$$

სადაც $A_v = \omega_0 A$ სიჩქარის ამპლიტუდური/უდიდესი მნიშვნელობაა, ხოლო აჩქარებისთვის

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(-\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi)) = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi) = -A_a \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

ანუ

$$a = -A_a \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (14.7)$$

სადაც $A_a = \omega_0^2 A$ აჩქარების ამპლიტუდური/უდიდესი მნიშვნელობაა.

რხევითი სისტემის საწყისი მდგომარეობისა და საწყისი სიჩქარის გამოყენებით შეიძლება გამოვსახოთ რხევის A ამპლიტუდა და φ ფაზა. სისტემის საწყისი სიჩქარეა მისი სიჩქარე დროის საწყის $t = 0$ მომენტში, სიჩქარის ფორმულაში ჩასმით ვღებულობთ:

$$v_0 = -\omega_0 A \sin \varphi.$$

ფაზის განსაზღვრისთვის გავყოთ სიჩქარის გამოსახულება სისტემის საწყისი $x_0 = A \cos \varphi$ მდგომარეობის გამოსახულებაზე

$$\frac{v_0}{x_0} = \frac{-\omega_0 A \sin \varphi}{A \cos \varphi} = -\omega_0 \operatorname{tg} \varphi.$$

აქედან

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(-\frac{v_0}{\omega_0 x_0} \right). \quad (14.8)$$

A ამპლიტუდის გამოსათვლელად ავიყვანოთ საწყისი x_0 მდგომარეობის გამოსახულება კვადრატში, ხოლო საწყისი v_0 სიჩქარე ჯერ ω_0 -ზე გავყოთ, შემდეგ კი კვადრატში ავიყვანოთ. მიღებული გამოსახულებები შევკრიბოთ და მივიღებთ სასურველ შედეგს:

$$x_0^2 = A^2 \cos^2 \varphi, \quad \frac{v_0^2}{\omega_0^2} = A^2 \sin^2 \varphi, \quad x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2} = A^2 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi),$$

და

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}. \quad (14.9)$$

განვსაზღვროთ სისტემის ენერგიის ცვლილება ჰარმონიული რხევის დროს. იდეალურ ზამბარაში აღძრული დრეკადი ძალა კონსერვატულია ასე, რომ სისტემის სრული მექანიკური ენერგია ინახება. ასევე ვთვლით, რომ ზამბარაზე მყოფი სხეულის მასა მცირეა. სხეულის კინეტიკური ენერგიაა $K = mv^2/2$, ხოლო პოტენციური $-kx^2/2$. სრული მექანიკური ენერგია $E = K + U$ ინახება, ანუ:

$$E = mv^2/2 + kx^2/2 = const. \quad (14.10)$$

(14.10)-ში წარმოდგენილია ენერგიების მყისი მნიშვნელობები, თუმცა მათი ჯამი უდრის სხეულის უდიდეს პოტენციურ ენერგიას მოძრაობის უკიდურეს წერტილებში, სადაც სხეული ჩერდება ($kA^2/2$), ან წონასწორობის წერტილის გავლისას უდიდეს კინეტიკურ ენერგიას, ამიტომ (14.10) შეიძლება გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$E = mv^2/2 + kx^2/2 = kA^2/2 = mA_v^2/2 = const. \quad (14.11)$$

14.4. კუთხური ჰარმონიული რხევა

მექანიკური საათის მუშაობა ეფუძნება წრიული ქანქარას რხევას, სადაც პერიოდულად იცვლება ქანქარას შემობრუნების კუთხე, ანუ რხევა მიმდინარეობს კუთხის ცვლილების შედეგად. წრიულ ქანქარას აქვს ინერციის I მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ. ზამბარა აღძრავს კუთხის ცვლილების პროპორციულ აღმდგენ ძალის მომენტს $\tau = -\chi\theta$, χ – ბრუნვის მუდმივაა. ბრუნვითი მოძრაობის ძირითადი განტოლების გამოყენებით ($\sum \tau = I\epsilon$) მივიღებთ კუთხური ჰარმონიული რხევის განტოლებას

$$-\chi\theta = I\epsilon, \quad \epsilon = -\frac{\chi}{I}\theta, \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\chi}{I}\theta = 0, \quad \frac{\chi}{I} = \omega_0^2$$

ანუ

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta = 0. \quad (14.12)$$

ეს არის კუთხური ჰარმონიული რხევის განტოლება, ხოლო მისი ამონახსნი მოცემულია შემდეგი სახით:

$$\theta = A_\theta \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (14.13)$$

კუთხური/ციკლური სიხშირე, პერიოდი და სიხშირე წარმოდგენილია შემდეგნაირად:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\chi}{I}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\chi}}, \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\chi}{I}}.$$

14.5. მათემატიკური ქანქარა

- მათემატიკური ქანქარა წარმოადგენს მგრძელ, უწონად, უჭიმვად ძაფზე მიმაგრებულ ნივთიერ წერტილს,

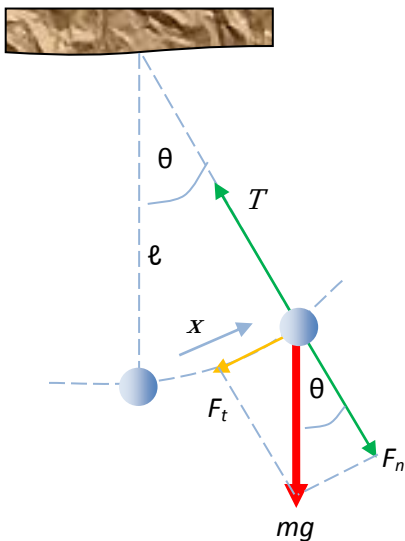
ეს არის იდეალიზებული მოდელი.

რხევა იწყება, როდესაც ნივთიერ წერტილს გადავხრით წონასწორობის მდგომარეობიდან და გავუშვებთ ხელს. ის უმაღლ იწყებს რხევას წონასწორობის წერტილის გარშემო. ნივთიერი წერტილის მოძრაობის ტრაექტორია წარმოადგენს რკალს, რომლის რადიუსი ძაფის ℓ სიგრძის ტოლია. რხევას ვთვლით ჰარმონიულად, ამიტომ აღძრული ძალა დროის ნებისმიერ მომენტში x წანაცვლების პროპორციულია და, რადგან $x = \ell\theta$, θ კუთხის პროპორციულიცაა. რხევა მიმდინარეობს სიმძიმის ძალის მოქმედებით, აქედან მისი მართობული/წორმალური F_n მდგენელი, ნიუტონის მესამე კანონის თანახმად, ძაფის დაჭიმულობის T ძალის ტოლია ($|F_n| = |T| = mg \cos\theta$) და მიმართულია მის საპირისპიროდ. ეს ძალა ამრუდებს ნივთიერი წერტილის მოძრაობის ტრაექტორიას. სიმძიმის ძალის მხებითი/ტანგენციალური მდგენელი კი ანიჭებს ნივთიერ წერტილს მხებით აჩქარებას და უცვლის სიჩქარის მოდულს. მაშასადამე, ეს ძალა აღიწერება ორი გამოსახულებით (ერთი მიიღება სურათიდან, მეორე – ნიუტონის მეორე კანონი), რომლებსაც გავუტოლებთ ერთმანეთს:

$$F_t = mg \sin\theta, \quad F_t = ma, \quad ma = mg \sin\theta, \quad a = g \sin\theta = g\theta = -g \frac{x}{\ell}.$$

აქედან

$$a + g \frac{x}{\ell} = 0, \quad \frac{d^2x}{dt^2} + g \frac{x}{\ell} = 0, \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \quad (\omega_0^2 = \frac{g}{\ell})$$



სურ. 14. 3. მათემატიკური ქანქარა

ანუ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (14.14)$$

მივიღეთ ჰარმონიული რხევის სტანდარტული განტოლება შესაბამისი ამონახსნით

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (14.15)$$

მათემატიკური ქანქარას რხევის პერიოდი და სიხშირე გამოსახება შემდეგნაირად:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (\text{ჰიუიგენსის ფორმულა}), \quad (14.16)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}. \quad (14.17)$$

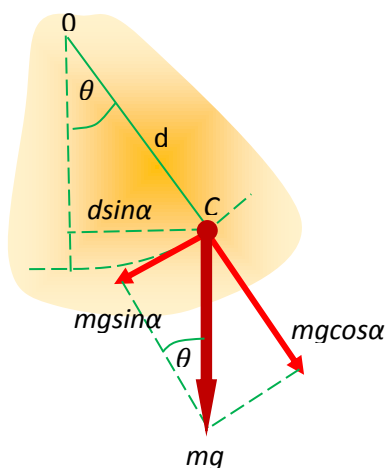
გათვალისწინეთ, რომ ეს გამოსახულებები გამოყვანილია მათემატიკური ქანქარას მცირე გადახრის შემთხვევისას (მცირე ამპლიტუდა, მცირე გადახრის კუთხე) ისევე, როგორც

იყო ზამბარაზე მიმაგრებული სხეულის შემთხვევაში (ზამბარას მცირე გაჭიმვა/შეკუმშვა, როდესაც სრულდება ჰუკის კანონი).

14.6. ფიზიკური ქანქარა

- ფიზიკური ქანქარა არის ნებისმიერი ქანქარა, რომელიც რხევას იყენებს გარკვეული ზომისა და ნებისმიერი, არაერთგვაროვანი ფორმის სხეულს.

14. 4 სურათზე ნაჩვენებია არაერთგვაროვანი ფორმის სხეული, რომელსაც ხახუნის გარეშე შეუძლია ბრუნვა 0 ბრუნვის წერტილში გამავალი ღერძის გარშემო. წონასწორობის მდგომარეობაში სხეულის სიმძიმის ცენტრი იმყოფება ბრუნვის 0 წერტილის ქვემოთ, ხოლო სურათზე ნაჩვენებ მდგომარეობაში ის წანაცვლებულია შვეულიდან θ კუთხით, რომელსაც სხეულის კოორდინატის როლს მივანიჭებთ. მანძილი 0 წერტილსა და სიმძიმის ცენტრს შორის ავღნიშნოთ d მანძილით, სხეულის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ აღნიშნულია I სიმბოლოთი, ხოლო სხეულის მთლიანი მასაა m . სხეულის წანაცვლებისას mg სიმძიმის ძალა აღძრავს ძალის τ მომენტს



სურ. 14. 4. ფიზიკური ქანქარა

$$\tau = -(mg)(d \sin \theta). \tag{14.18}$$

მინუსი აჩვენებს, რომ ძალის მომენტი მიმართულია სხეულის ბრუნვის მიმართულების საპირისპიროდ.

გადახრილი სხეულის გათავისუფლებისას ის იწყებს რხევას წონასწორობის მდგომარეობის გარშემო. ზოგადად, რხევა ჰარმონიული არ არის, რადგან სიმძიმის ძალის მომენტი არა კუთხის, არამედ მისი სინუსის პროპორციულია, მაგრამ მცირე ამპლიტუდით წარმართული რხევისას ის მიახლოებით შეიძლება ჰარმონიულ რხევად ჩაითვალოს და მომენტი უშუალოდ კუთხის პროპორციული გახდება: $\tau = -(mgd)\theta$.

როგორც ცნობილია, ბრუნვითი მოძრაობის ძირითადი განტოლებაა $\tau = I\epsilon$ ასე, რომ

$$-(mgd)\theta = I\epsilon = I \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgd\theta = 0, \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta = 0. \tag{14.19}$$

ეს არის ფიზიკური ქანქარას ჰარმონიული რხევის განტოლება და მისი ამონახსნი ჩვეული სახითაა წარმოდგენილი:

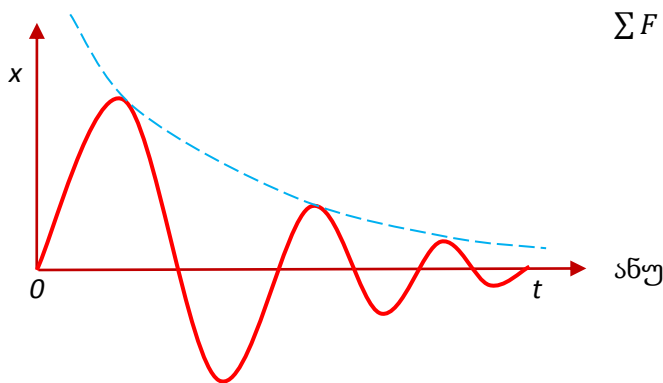
$$\theta = A_\theta \cos(\omega_0 t + \varphi). \tag{14.20}$$

აქ რხევის ციკლური სიხშირე, პერიოდი და სიხშირე მოცემულია შემდეგი სახით:

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I}, \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}. \tag{14.21}$$

14.7. მილევადი რხევა

იდეალური რხევითი სისტემების შესწავლის შემდეგ დროა განვიხილოთ რეალური, ბუნებაში არსებული, რხევითი სისტემები. ასეთ სისტემებში ყოველთვის მოქმედებს სხვადასხვა, სიტყვიდან ენერჯის გამტანი ანუ ე.წ. დისიპატიური ძალები და, შედეგად, სისტემაში რხევა მიიღევა დროის განმავლობაში. დისიპატიური ძალების მოქმედებით რხევის ამპლიტუდის შემცირებას (სურ. 14.5) მილევა ეწოდება, შესაბამის რხევას კი – მილევადი რხევა. უმარტივესი სისტემაა ჰარმონიული ოსცილატორი, სადაც მოქმედებს ამპლიტუდის მილევის გამომწვევი ბლანტი ხახუნის ძალა, რომელიც მერხევი სხეულის სიჩქარის პირდაპირპროპორციულია და აღიძვრება სხეულსა და ჰაერს შორის ხახუნის გამო $F_{bsb} = -rv$. r – ბლანტი ხახუნის კოეფიციენტი. მაშასადამე, სისტემაში მოქმედი ჯამური ძალაა



14. 5. მილევადი რხევა

$$\Sigma F = F_{დრეკ} + F_{bsb} = -kx - rv.$$

ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად

$$ma = -kx - rv, \quad a + \frac{r}{m}v + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (14.22)$$

სადაც $2\beta = r/m$, β – მილევის კოეფიციენტი.

(14.22) არის მილევადი რხევის განტოლება, რომლის ამონახსნია

$$x = e^{-\beta t} A \cos(\omega t + \varphi). \quad (14.23)$$

$e^{-\beta t}$ არის ე.წ. მილევის წევრი, ანუ რხევის ამპლიტუდა დროის განმავლობაში ექსპონენციალურად მიიღევა. როგორც ვხედავთ, მილევად რხევაში ამპლიტუდა მუდმივი სიდიდე აღარ არის, ის დროზეა დამოკიდებული ($A = f(t)$). მილევის სისწრაფე დამოკიდებულია მილევის კოეფიციენტზე ანუ, ზოგადად, სისტემაში არსებული დისიპატიური ძალების სიდიდეზე. ω მილევადი რხევის ციკლური სიხშირეა, ის თავისუფალი ჰარმონიული რხევის საკუთარ სიხშირეზე ნაკლებია ($\omega < \omega_0$) და გამოისახება $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ფორმულით.

განვსაზღვროთ β მილევის კოეფიციენტის ფიზიკური არსი. წარმოვიდგინოთ, რომ რაღაც t' დროში რხევის ამპლიტუდა შემცირდა e -ჯერ და შევაფარდოთ მილევადი რხევის ამპლიტუდები ამ დროის შუალედის თავსა და ბოლოში:

$$e = \frac{e^{-\beta t} A}{e^{-\beta(t+t')} A} = e^{\beta t'}, \quad \beta t' = 1, \quad \beta = \frac{1}{t'}$$

მაშასადამე,

- მილევის კოეფიციენტი იმ დროის შებრუნებული მნიშვნელობის ტოლია, რომელშიც მილევადი რხევის ამპლიტუდა e -ჯერ მცირდება.

მიღვად რხევას ახასიათებს კიდევ ერთი კოეფიციენტი – მიღვის ლოგარითმული დეკრემენტი (d). შევაფარდოთ ერთმანეთს რხევის პერიოდით განსხვავებული მიღვადი რხევის ამპლიტუდები:

$$\frac{e^{-\beta t} A}{e^{-\beta(t+T)} A} = \frac{1}{e^{-\beta T}} = e^{\beta T}$$

და მიღებული შედეგიდან ავიღოთ ნატურალური ლოგარითმი:

$$\ln e^{\beta T} = \beta T = d.$$

მაშასადამე,

- მიღვის ლოგარითმული დეკრემენტი მიღვადი რხევის მიღვის კოეფიციენტისა და რხევის პერიოდის ნამრავლის ტოლია.

მიღვადი რხევის ენერგია

მიღვად რხევაში მიღვის ძალა არაკონსერვატულია, სისტემის მექანიკური ენერგია არ არის მუდმივი, ის თანმიმდევრულად მცირდება და საბოლოოდ უტოლდება ნულს. ჩავწეროთ მიღვადი რხევის სრული მექანიკური ენერგიის გამოსახულება

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

და გავაწარმოთ დროით

$$\frac{dE}{dt} = mv \frac{dv}{dt} + kx \frac{dx}{dt}.$$

მაგრამ $dv/dt = a$, $dx/dt = v$ ასე, რომ

$$\frac{dE}{dt} = mva + kxv = v(ma + kx) \Rightarrow ma = -kx - rv, \quad ma + kx = -rv \Rightarrow -rv^2$$

ანუ

$$\frac{dE}{dt} = -rv^2 = P. \tag{14.24}$$

მიღვადი რხევის ენერგიის დროში ცვლილება (მიღვის სიმძლავრე) ბლანტი ხახუნის კოეფიციენტისა და სიჩქარის კვადრატის ნამრავლის ტოლია მინუს ნიშნით. ეს წევრი უარყოფითია, მიუხედავად იმისა, თვით სიჩქარე დადებითია, თუ უარყოფითი. აქედან გამომდინარე, რხევისას სისტემის ენერგია მცირდება და მცირდება არათანაბრად.

14.8. იძულებითი რხევა, რეზონანსი

თუ ჰარმონიულ ოსცილატორზე, რომელიც მიღევად რხევებს ასრულებს, მოვდებთ პერიოდულ ცვლად ძალას ω ციკლური სიხშირით, რომელიც რხევის მიღევის გამომწვევ ბლანტი ხახუნის ძალას გააბათილებს, წარმოიქმნება არამიღევადი რხევა, რომელსაც **იძულებითი რხევა** ეწოდება. რხევით სისტემაზე მოდებული პერიოდული ძალა გამოსახება სინუსით ან კოსინუსით

$$F = A_F \cos \omega t.$$

მაშინ რხევის განტოლება, რომელიც უნდა შეიცავდეს სისტემაში მოქმედ უკლებლივ ყველა ძალას შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$ma = -kx - rv + F, \quad ma + kx + rv = A_F \cos \omega t.$$

განტოლების ყველა წევრის სხეულის მასაზე გაყოფითა და ადრე მოყვანილი თანაფარდობების გამოყენებით მივიღებთ:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{A_F}{m} \cos \omega t. \quad (14.25)$$

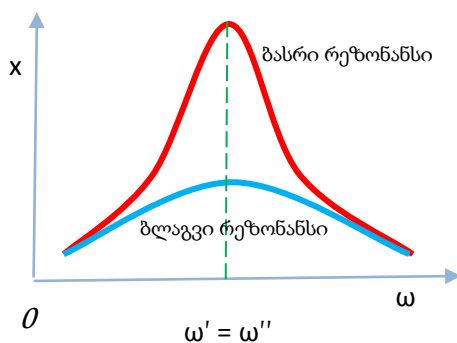
ეს არის იძულებითი რხევის განტოლება, რომლის ამონახსნი თავისუფალი ჰარმონიული რხევის ანალოგია (ეს ლოგიკურია, რადგან ჩვენ თავისუფალი ჰარმონიული რხევის მაგვარ რხევას ვღებულობთ):

$$x = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (14.26)$$

განსხვავება ის არის, რომ რხევა მიმდინარეობს ნაკლები ციკლური სიხშირით ($\omega < \omega_0$), ვიდრე თავისუფალი ჰარმონიული რხევის დროს $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. იძულებითი რხევის ამპლიტუდა მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით:

$$A = \frac{A_F/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}. \quad (14.27)$$

- იძულებითი რხევის ამპლიტუდის მკვეთრ ზრდას, როდესაც გარე ძალის სიხშირე რხევითი სისტემის საკუთარ სიხშირეს უტოლდება ($\omega' = \omega''$), რეზონანსი ეწოდება.



სურ. 14. 6. ბასრი და ბლაგვი რეზონანსი

თუ სისტემაში ხახუნი დიდია, შემოსული ენერგიის დიდი ნაწილი მის დაძლევას ხმარდება და ამპლიტუდის ზრდა უმნიშვნელოა. ასეთ რეზონანსს **ბლაგვი რეზონანსი** ეწოდება. ხოლო, თუ ხახუნი მცირეა, ამპლიტუდის ზრდაზე იხარჯება დიდი ენერგია და რეზონანსი გამოხატულია მკაფიოდ. ეს არის **ბასრი რეზონანსი**.

15. მექანიკური ტალღები

ტალღური მოვლენები მრავლადაა წარმოდგენილი ყოველდღიურ ცხოვრებაში: მუსიკის ჰანგები, მიწისძვრა, სინათლის სხივები. ტალღა ჩნდება რხევითი სისტემის წონასწორული მდგომარეობიდან გამოყვანისას და შემდეგ წარმოქმნილი რხევა გადაადგილდება გარემოში – ვრცელდება ერთი ადგილიდან მეორეში. ამასთანავე მას გადააქვს ენერგია. მაგალითად, მზის ენერგია სხივებს მოაქვს დედამიწაზე და ის ათბობს პლანეტის ზედაპირს.

ამ თავში განვიხილავთ მექანიკურ ტალღებს, რომლებიც ვრცელდება დრეკად გარემოში. გამოვიყვანთ ტალღურ განტოლებებს, განსაკუთრებით სინუსოიდალური ტალღების, რომელთა ტალღური სურათი სინუსის ან კოსინუსის ფუნქციაა (კოსინუსის/სინუსის არგუმენტს ტალღის ფაზა ეწოდება).

თუ ტალღის წყარო ხაზოვანია (გარკვეული ზომა გააჩნია), როგორც წესი, მისგან წამოსული ტალღა ვრცელდება ან მხოლოდ ჰორიზონტალური ან მხოლოდ შვეული მიმართულებით (ერთი რაიმე ღერძის გასწვრივ) და ის არის ბრტყელი ტალღა – ტალღის ზედაპირი წარმოადგენს სიბრტყეს (მას ტალღის ფრონტს უწოდებენ – ერთ ფაზაში მერხევი წერტილების ერთობლიობა).

თუ ტალღის წყარო წერტილოვანია, ის ყველა მიმართულებით ვრცელდება, ტალღის ფრონტი წარმოადგენს სფეროს და თვით ტალღას სფერული ტალღა ეწოდება.

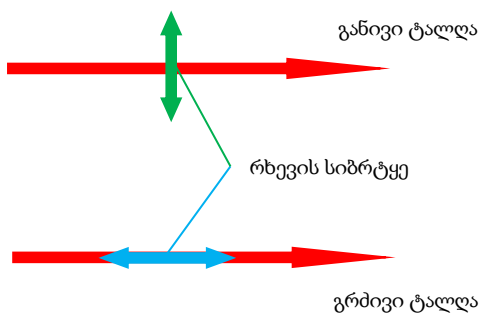
ბუნებაში ყველა ტალღა მექანიკური არ არის. მაგრამ სხვა სახის ტალღებს განვიხილავთ კლასიკური ფიზიკის შესავლის მეორე ნაწილში.

15.1. მექანიკური ტალღების სახეები

- მექანიკური ტალღა არის გარემოში გავრცელებული შემფოთება/რხევა.

ტალღის გარემოში გავრცელებისას გარემოს ნაწილაკები ასრულებს განსხვავებული სახის გადაადგილებებს, რაც ტალღის სახეობაზეა დამოკიდებული. არის ტალღის ორი სახე:

- თუ გარემოს შემადგენელი ნაწილაკები ირხევა ტალღის გავრცელების მართობულად ანუ განივად მდებარე სიბრტყეში, ტალღას განივი ეწოდება.
- თუ გარემოს შემადგენელი ნაწილაკები ირხევა ტალღის გავრცელების გასწვრივ მდებარე სიბრტყეში, ტალღას გრძივი ეწოდება.



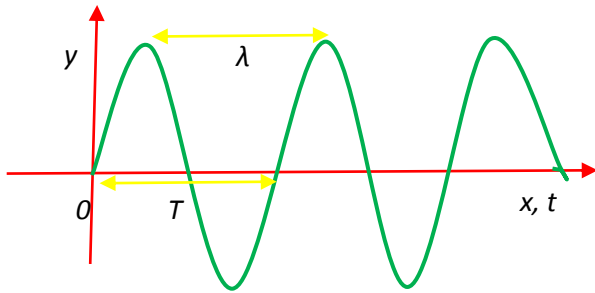
სურ. 15. 1. განივი და გრძივი ტალღები

ტალღის გავრცელებისას მისი ენერგია თანდათან იხარჯება გარემოში აღძრული დისიპატიური/ხელშემშლელი ძალების დაძლევაზე და, საბოლოოდ, ტალღა ქრება ანუ ნებისმიერი ტალღა ყოველთვის სასრულო მანძილზე ვრცელდება სასრულო x სიჩქარით. ტალღის მოძრაობისას თავად გარემო არ მოძრაობს, მისი ნაწილაკები მოძრაობს წინ და უკან ან ზემოთ/ქვემოთ წონასწორული მდგომარეობის გარშემო, მოძრაობს თვით ტალღური შემფოთე-

ბა/რხევა. სისტემაში რხევის აღძრას სჭირდება ენერგია, რომელიც გარედან მიეწოდება სისტემას, და ტალღას გადააქვს ეს ენერგია გარემოს ერთი ადგილიდან მეორეში.

- ტალღას არ გადააქვს ნივთიერება, მას გადააქვს ენერგია გარემოში.

15.2. პერიოდული ტალღები



სურ. 15. 2. სინუსოიდური ტალღა

განივი პერიოდული ტალღები

წარმოიქმნება საინტერესო ვითარება, როდესაც ბაწრის თავისუფალ ბოლოს განმეორებით, პერიოდულ მოძრაობაში ჩართვას აიძულებენ (პერიოდულად მოქმედებენ მასზე ძალით, მაგალითად, ზემოთ/ქვემოთ) მისი თითოეული ნაწილაკი ერთვება პერიოდულ მოძრაობაში, მიიღება განივი პერიოდული ტალღა.

ანალიზისთვის მარტივია იმ ტალღების გავრცელება, რომლებიც თავისუფალ ჰარმონიულ რხევებს ასრულებს. ასეთ ტალღებს სინუსოიდური ტალღები ეწოდება.

- ტალღის სიგრძე λ ეწოდება მანძილს ორ უახლოეს წერტილს შორის, რომლებიც ერთნაირ ფაზაში ირხევა,
- ტალღის T პერიოდი არის დრო, რა დროშიც ტალღა მისი ტალღის სიგრძის ტოლ მანძილს გადის.

ტალღის სიგრძე, პერიოდი, სიხშირე და სიჩქარე დაკავშირებულია კინემატიკის წრფივი თანაბარი მოძრაობის მარტივი თანაფარდობებით:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}. \quad (15.1)$$

გრძივი პერიოდული ტალღები

პერიოდული გრძივი ტალღის მექანიზმის გასაგებად განვიხილოთ სითხით სავსე მილი დგუშით. თუ შევწევთ დგუშს მილში, სითხე შეიკუმშება დგუშთან მიმდებარე არეში და იქ წნევა გაიზრდება. ეს არე კუმშავს წყლის მეზობელ არეს და ა.შ. და ტალღა მოძრაობს/ვრცელდება მილის გასწვრივ.



სურ. 15. 3. გრძივი სინუსოიდური ტალღა

ახლა ვამოძრავთ დგუშში წინ და უკან მილის გასწვრივ, ამით იქმნება თავისუფალი ჰარმონიული რხევა. ეს მოძრაობა ქმნის არეებს სითხეში, სადაც წნევა და სიმკვრივე ხან მეტია ჩვეულებრივზე

(რხევის დაწყებამდე), ხან ნაკლებია. ჭარბი წნევის არეს ვუწოდებთ შეკუმშულს, ნაკლები წნევის არეს, შესაბამისად, გაიშვიათებულს. შეკუმშული და გაიშვიათებული არეები

მოდრაობს მილში და ქმნის გრძივ სინუსოიდურ ტალღებს. გრძივი ტალღის სიგრძე, პერიოდი, სიხშირე და სიჩქარე ზემოთ მოყვანილი ფორმულებითაა წარმოდგენილი.

15.3. ტალღური განტოლება

განვიხილოთ ჰორიზონტალურად x -ღერძის გასწვრივ მოძრავი ტალღა (ბაწარში აღძრული განივი ტალღა) არამშთანთქმელ გარემოში (ტალღის ამპლიტუდა დროთა განმავლობაში უცვლელია). ტალღის გავრცელების პროცესში ნაწილაკი წონასწოპრული მდგომარეობიდან წინაცვლებს y მანძილით x -ღერძის მართობულად. y დამოკიდებულია როგორც x -ზე, ისე t დროზე, მაშასადამე, y წანაცვლება არის კოორდინატისა და დროის ფუნქცია $y(x, t)$. მას ტალღურ ფუნქციას უწოდებენ და ის აღწერს ტალღის გავრცელებას გარემოში. თუ ცნობილია ეს ფუნქცია რომელიმე ტალღური მოძრაობისთვის, შესაძლებელია წანაცვლების განსაზღვრა ნებისმიერ ადგილას და ნებისმიერ დროს. მისი დახმარებით მოიპოვება ტალღის სიჩქარე, აჩქარება, ბაწრის ფორმა და მრავალი სხვა ბაწრის ქცევის შესახებ ნებისმიერ დროს.

წარმოვიდგინოთ, რომ ნაწილაკის წანაცვლება ბაწრის მარცხენა ბოლოს ($x = 0$), სადაც იწყება ტალღა, მოცემულია

$$y(x = 0, t) = A \cos \omega t = A \cos 2\pi f t \quad (15.2)$$

გამოსახულებით ანუ ნაწილაკი ასრულებს თავისუფალ ჰარმონიულ რხევას A ამპლიტუდით, f სიხშირითა და $\omega = 2\pi f$ ციკლური სიხშირით. დროის საწყის $t = 0$ მომენტში ($x = 0$) ტალღას ჰქონდეს უდიდესი დადებითი წანაცვლება ($y = A$) და ის მყის უძრაობაშია (რადგან y -ის მნიშვნელობა უდიდესია). აღვწეროთ ტალღის გავრცელება მათემატიკურად:

ტალღის შეშფოთება მოძრაობს $x = 0$ -დან მარჯვნივ რაღაც x წერტილამდე რაღაც $t' = x/v$ დროში, (v ტალღის გავრცელების სიჩქარეა). ე.ი., y წანაცვლება ამ დროის გავლის შემდეგ იქნება

$$y(x, t) = A \cos[\omega(t - t')] = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] = A \cos \left(\omega t - \frac{\omega}{v} x \right).$$

რადგან $\omega = 2\pi/T$, $\omega/v = 2\pi/vT = 2\pi/\lambda$, შემოვიღოთ ტალღური რიცხვის ცნება $k = 2\pi/\lambda$, და ჩავსვათ $y(x, t)$ -ს გამოსახულებაში:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx). \quad (15.3)$$

ეს არის მარჯვნივ მოძრავი ბრტყელი ტალღის განტოლება არამშთანთქმელ გარემოში. თუ ტალღა მოძრაობს მარცხნივ, ფორმულაში მინუსი ისვლება პლუსით:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t + kx). \quad (15.4)$$

თუ იდეალური მოდელიდან (არამშთანთქმელი გარემო) გადავალთ რეალურ ვითარებაზე – მშთანთქმელ გარემოზე, განტოლებაში უნდა შევიტანოთ შესწორება: ტალღის გავრცელებისას გარემოს ნაწილაკების რხევის ამპლიტუდა იკლებს მანძილის უკუპროპორციულად და, მაშასადამე, ზოგადი სახით ტალღის განტოლება შემდეგ სახეს იღებს:

$$y(x, t) = \frac{A}{x} \cos(\omega t \pm kx). \quad (15.5)$$

სფერული ტალღის შემთხვევაში მსჯელობა იგივე სახით წარიმართება, ოღონდ x -ის ნაცვლად ვიღებთ სფეროს r რადიუსს:

$$y(r, t) = A \cos[\omega(t - t')] = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{r}{v} \right) \right] = A \cos \left(\omega t - \frac{\omega}{v} r \right)$$

და სფერული ტალღის განტოლება წარმოგვიდგება შემდეგი სახით

$$y(r, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t \pm kr). \quad (15.6)$$

შევნიშნოთ, რომ მიუხედავად იმისა, თუ რა სახის გარემოა (მშთანთქმელი თუ არა) რხევის ამპლიტუდა მაინც კლებულობს მანძილის/ რადიუსის ზრდისას, რადგან რადიუსის ზრდა, თავის მხრივ, ზრდის ტალღურ ზედაპირს, რომელზეც ნაწილდება ტალღის ენერგია. ზედაპირის ფართობის ზრდა ამცირებს ენერგიის ზედაპირულ სიმკვრივეს რადიუსის უკუპროპორციულად და, მაშასადამე, ამცირებს ამპლიტუდას.

ნაწილაკის სიჩქარე და აჩქარება სინუსოიდურ ტალღაში

ტალღური ფუნქციიდან შეიძლება მივიღოთ *ნაწილაკის განივი სიჩქარის* გამოსახულება განივი ტალღის გავრცელებისას. ავნიშნოთ ის v_y , რომ არ აგვერიოს ტალღის გავრცელების v სიჩქარეში. ეს სიჩქარე მოიპოვება, როგორც ტალღური $y(x, t)$ ფუნქციის *კერძო წარმოებული დროით* (x ჩავთვალოთ უცვლელად):

$$v_y = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} [A \cos(\omega t - kx)] = \omega A \sin(\omega t - kx)$$

$$v_y = \omega A \sin(\omega t - kx). \quad (15.7)$$

კერძო წარმოებული გამოყენებულია იმიტომ, რომ ტალღური ფუნქცია ორი ცვლადის ფუნქციაა, იცვლება კი მხოლოდ ერთი, მეორე უცვლელია. სიჩქარის ამპლიტუდაა $A_v = \omega A$. ნაწილაკის განივი სიჩქარე შეიძლება იყოს ტალღის გავრცელების სიჩქარეზე მეტი, ნაკლები ან ტოლი, რაც დამოკიდებულია ტალღის ამლიტუდასა და სიხშირეზე.

შესაბამისად, განვსაზღვროთ *ნაწილაკის განივი აჩქარება* a_y , როგორც ტალღური $y(x, t)$ ფუნქციის *მეორე კერძო წარმოებული დროით* (x ისევ უცვლელია):

$$a_y = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} [A \cos(\omega t - kx)] = -\omega^2 A \cos(\omega t - kx) = -\omega^2 y(x, t)$$

$$a_y = -\omega^2 A \cos(\omega t - kx) = -\omega^2 y(x, t). \quad (15.8)$$

მაშასადამე, ნაწილაკის განივი აჩქარება მოიპოვება, როგორც ტალღური $y(x, t)$ ფუნქციის ნამრავლი $-\omega^2$ მამრავლზე (მინუსით აღებულ ციკლური სიხშირის კვადრატზე).

ასევე შესაძლებელია ტალღური ფუნქციის კერძო წარმოებულების განსაზღვრა x კოორდინატით (დროს უცვლელად ვთვლით) – პირველი წარმოებული $\frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$ წარმოად-

გენს მერხევი ბაწრის *დახრილობას* x წერტილსა და t დროის მომენტში, ხოლო მეორე – ბაწრის *სიმრუდეს*

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = -k^2 A \cos(\omega t - kx) = -k^2 y(x, t). \quad (15.9)$$

შევაფარდოთ (15.8) (15.9)-ს და გამოვიყენოთ თანაფარდობა $\omega = vk$ ანუ $\omega/k = v$

$$\frac{\partial^2 y(x, t) / \partial t^2}{\partial^2 y(x, t) / \partial x^2} = \frac{\omega^2}{k^2} = v^2$$

და მივიღებთ ე.წ. ტალღურ განტოლებას

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}. \quad (15.10)$$

15.4. ტალღების ინტერფერენცია და დიფრაქცია. მდგარი ტალღები

- ტალღების ინტერფერენცია ეწოდება რამდენიმე ტალღის ზედდებას სივრცის მოცემულ წერტილში, შედეგად მონაცვლეობით იზრდება და მცირდება გარემოს ნაწილაკების რხევის ჯამური ამპლიტუდა.

ორი ტალღის შემთხვევაში ჯამური ამპლიტუდა მოცემულია შემდეგი სახით:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta.$$

თუ $\cos \delta = +1$, ადგილი აქვს ამპლიტუდის ზრდას

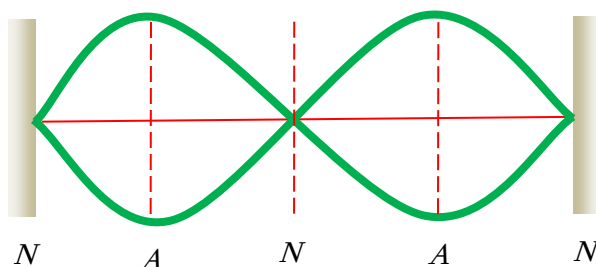
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2}.$$

თუ $\cos \delta = -1$, ადგილი აქვს ამპლიტუდის შემცირებას

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2}.$$

- ტალღების დიფრაქცია ეწოდება ტალღების მიერ მცირე ზომის დაბრკოლებების გადალახვას ან მცირე ხვრელებში შეღწევას, რის შედეგად ეს დაბრკოლებები/ხვრელები ტალღის მეორად წყაროებად გვევლინება.

დიფრაქცია კარგად ვლინდება, თუ დაბრკოლების/ხვრელის ზომა ტალღის სიგრძესთან შედარებადია ($d \approx \lambda$).



სურ. 15. 4 . მდგარი ტალღა

- მდგარი ტალღები ისეთ ტალღებს ეწოდება, რომელთა ტალღური სურათი (ტალღის ფრონტი) არ მოძრაობს.

მაგალითის სახით შეიძლება მოვიყვანოთ ერთ მხარეს დამაგრებული ბაწარი, რომლის მეორე, თავისუფალ ბოლოზე ზემოთ/ქვემოთ მოძრაობით აღძრავენ რხევას.

ვიღებთ ორ ტალღას: ერთი მოძრაობს დამაგრების ბოლოსკენ, მეორე დამაგრებულ ბოლოსთან არეკვლის შემდეგ მოდის უკან. შედეგად ტალღის ფრონტი ბაწრის მიმართ არცერთი მიმართულებით არ მოძრაობს (სურ. 15.4).

როგორც ნახაზიდან ჩანს, N წერტილები საერთოდ არ მოძრაობს, მათ *ნოდებს* უწოდებენ, ხოლო A წერტილებში ტალღას უდიდესი ამპლიტუდა აქვს, A წერტილებს *ანტინოდები* ეწოდება. აღვწეროთ პროცესი მათემატიკურად:

დაცემული ტალღა (მოძრაობს მარცხნივ) $y_1(x, t) = A\cos(\omega t + kx)$;

არეკლილი ტალღა (მოძრაობს მარჯვნივ) $y_2(x, t) = A\cos(\omega t - kx)$;

მდგარი ტალღისთვის ვიღებთ: $y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A[\cos(\omega t + kx) + \cos(\omega t - kx)]$

ანუ

$$y(x, t) = A(\cos\omega t \cos kx - \sin\omega t \sin kx + \cos\omega t \cos kx + \sin\omega t \sin kx)$$

$$y(x, t) = (2A\cos kx)\cos\omega t, \quad y(x, t) = (A_{\text{მდგ}}\cos kx)\cos\omega t.$$

მაშასადამე, მდგარი ტალღის ამპლიტუდა ორჯერ აღემატება მისი შემადგენელი მოძრავი ტალღების ამპლიტუდას ($A_{\text{მდგ}} = 2A$).

15.5. ტალღის ენერგია

ტალღის გავრცელება ყოველთვის უკავშირდება ენერგიას. ტალღის აღძრისთვის საჭიროა გარემოს რაღაც ნაწილს მოვდოთ ძალა, ძალის მოდების წერტილი იწყებს მოძრაობას ანუ სისტემაზე შესრულდება მუშაობა. ტალღის გავრცელებისას გარემოს თითოეული ნაწილი მოქმედებს ძალით და ასრულებს მუშაობას გარემოს მეზობელ ნაწილზე. ამ გზით ტალღა გადასცემს ენერგიას სივრცეში ერთი ადგილიდან მეორეში. სისტემაში აღძრულია ორი ძალა: ერთი განივი F_y (განივად ამოძრავებს/არხევს ბაწარს) და მეორე გრძივი F_x , რომელიც ტალღის გადაადგილებაზეა პასუხისმგებელი. მათი F_y/F_x ფარდობა ბაწრის დახრი-

ლობის ტოლია მინუს ნიშნით, რომელიც ასევე მოცემულია $\partial y/\partial x$ ფარდობით ანუ

$$F_y(x, t)/F_x = -\partial y(x, t)/\partial x$$

ანუ

$$F_y(x, t) = -F_x \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}. \quad (15.11)$$

მინუსი აჩვენებს, რომ როდესაც დახრილობა დადებითია, განივი F_y ძალა უარყოფითია.

როდესაც რაღაც წერტილი მოძრაობს y -მიმართულებით, F_y ძალა ასრულებს მუშაობას ამ წერტილზე და, მაშასადამე, გადასცემს ენერგიას ბაწრის ამ წერტილის მეზობელ

ნაწილში (მარჯვენა მხარეს). შესაბამისი სიმძლავრე (მუშაობის შესრულების სისწრაფე) ამ წერტილში განივი $F_y(x, t)$ ძალისა და $v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$ სიჩქარის ნამრავლის ტოლია

$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t) = -F_x \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}. \quad (15.12)$$

ეს განტოლება სამართლიანია ნებისმიერი ტალღისთვის. სინუსოიდალური ტალღისთვის, ტალღური ფუნქციის გამოსახულების გამოყენებით, მივიღებთ:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx), \quad \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} = -k A \sin(\omega t - kx), \quad \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(\omega t - kx)$$

$$P(x, t) = F_x k \omega A^2 \sin^2(\omega t - kx). \quad (15.13)$$

სიმძლავრის უდიდესი მნიშვნელობა მიიღწევა მაშინ, როდესაც $\sin^2(\omega t - kx) = 1$

$$P_{\text{უდ}} = F_x k \omega A^2,$$

საშუალო მნიშვნელობა კი

$$\bar{P} = \frac{1}{2} F_x k \omega A^2.$$

თუ გამოვიყენებთ თანაფარდობას $k = \omega/v$,

$$\bar{P} = F_x \frac{\omega^2 A^2}{2v}$$

- *სიმძლავრე – ტალღის ენერჯის გავრცელების სისწრაფე, ტალღის ამპლიტუდისა და ციკლური სიხშირის კვადრატების პროპორციულია,*

ეს მტკიცება საერთოა ყველა სახის მექანიკური ტალღისთვის.

16. ბგერა

ბუნებაში არსებულ ყველა მექანიკურ ტალღებს შორის ყოველდღიურ ცხოვრებაში ყველაზე მნიშვნელოვანია გარემოში, უფრო ხშირად, *ჰაერში* გავრცელებული გრძივი ტალღები, რომელსაც **ბგერით ტალღებს** უწოდებენ. ადამიანის ყური ძალიან მგრძობიარეა და შეუძლია მიიღოს ძალიან დაბალი ინტენსივობის/სუსტი ბგერითი ტალღებიც კი.

16.1. ბგერითი ტალღები

- *ბგერა დრეკად გარემოში გავრცელებული გრძივი ტალღაა.*

ბგერა ვრცელდება ჰაერში, სითხეებსა და მყარ სხეულებში. უმარტივესი ბგერითი ტალღები სინუსოიდალური ტალღებია, გარკვეული სიხშირით, ამპლიტუდითა და ტალღის სიგრძით. ადამიანის ყური აღიქვამს ბგერებს $20 - 20\ 000$ ჰც სიხშირის დიაპაზონში. უფრო

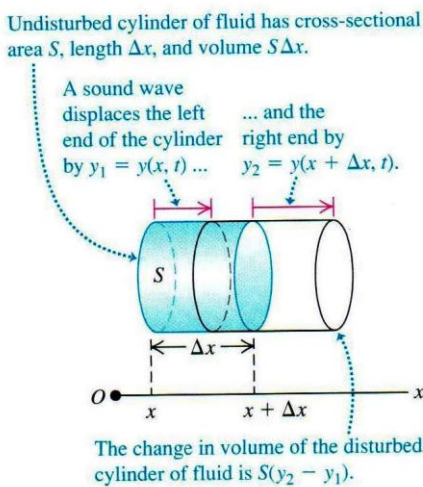
დაბალი სიხშირის ბგერებს (< 20 კც) ინფრაბგერები, ხოლო უფრო მაღალი სიხშირის ($> 20\ 000$ კც) – ულტრაბგერები ეწოდება. ადამიანის ყური ამ ბგერებს ვერ აღიქვამს.

ჩვეულებრივად, ბგერითი ტალღა ბგერის წყაროდან ყველა მიმართულებით ვრცელდება (ანუ სფერულ ტალღას წარმოადგენს) და მისი ამპლიტუდა სივრცის რაიმე წერტილში გავრცელების მიმართულებასა და წყაროდან მანძილზეა დამოკიდებული ანუ ბგერის წყაროს რადიუს-ვექტორის უკუპროპორციულია და. მაშასადამე, მოძრაობა აღიწერება სფერული ტალღის განტოლებით

$$y(x, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kx). \quad (16.1)$$

აქ უნდა გაითვალისწინოთ, რომ გრძივ ტალღაში წანაცვლება გავრცელების პარალელურია/თანხვედნილი და x და y მანძილებიც ურთიერთპარალელურია. ტალღის ამპლიტუდას წანაცვლების ამპლიტუდასაც უწოდებენ.

ბგერითი ტალღის წნევის ცვლილება/ფლუქტუაცია



სურ. 16.1.

ბგერითი ტალღის გავრცელებისას რაღაც დროში ის გადის Δx მანძილს გარემოს ΔV მოცულობაში (სურ. 16.1), ამასთან გარემოს მეზობელ ფენაზე განვითარებული წნევაა $p(x, t)$ (მას წნევის ცვლილებას/ფლუქტუაციას უწოდებენ)

$$\Delta V = S(y_2 - y_1) = S[y(x + \Delta x, t) - y(x, t)].$$

განვსაზღვროთ მოცულობის ფარდობითი ცვლილება უსასრულოდ მცირე დროის $\Delta t \rightarrow 0$ შუალედში

$$\frac{dV}{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{S[y(x + \Delta x, t) - y(x, t)]}{S\Delta x} = \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}. \quad (16.2)$$

მოცულობის ფარდობითი ცვლილება უკავშირდება წნევის ცვლილებას/ფლუქტუაციას ტევადობის მოდულის

საშუალებით $\left(B = -p(x, t) / (dV/V) \right)$, აქედან

$$p(x, t) = -B \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}. \quad (16.3)$$

მინუსი ადასტურებს, რომ დადებით $\partial y(x, t) / \partial x$ -ს თან სდევს მოცულობის ზრდა და წნევის დაცემა. (16.3)-ში ტალღური ფუნქციის გამოსახულების ჩასმა და გაწარმოება გვაძლევს:

$$p(x, t) = BkA \sin(\omega t - kx). \quad (16.4)$$

წნევის უდიდესი ანუ ამპლიტუდური მნიშვნელობაა

$$p_{\text{უდ}} = BkA. \quad (16.5)$$

16.2. ზგერის სიჩქარე

სხვადასხვა გარემოში ზგერა სხვადასხვა სიჩქარით ვრცელდება: სიჩქარე უდიდესია მყარ სხეულებში, ნაკლებია სითხეებში და, ბოლოს, უმცირესია აირებში. შესაბამისად, სხვადასხვა სიჩქარის გამომსახველი ფორმულები სხვადასხვა გარემოში:

$$\text{მყარ სხეულში} - v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad \text{სითხეში} - v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}, \quad \text{იდეალურ აირში} - v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

სადაც E – მყარი სხეულის იუნგის მოდულია, B – სითხის ტევადური მოდული, M, γ, R, T – შესაბამისად, იდეალური აირის მოლური მასა, სითბოტევადობათა ფარდობა $\left(\gamma = C_p/C_v\right)$, იდეალური აირის უნივერსალური მუდმივა, აბსოლუტური ტემპერატურა.

16.3. ზგერის ინტენსივობა

ზგერით ტალღებს, სხვა გავრცელებადი ტალღების მსგავსად, გადააქს ენერგია სივრცის ერთი ადგილიდან მეორეში. უპრიანია ზგერითი ტალღის ენერგიის გამოსახვა ტალღის ინტენსივობით, რომელიც წარმოადგენს ენერგიას, რომელიც დროის ერთეულში გადაიცემა გარემოში ტალღის გავრცელების მართობულ ერთეულ ფართობში. გამოვსახოთ ზგერითი ტალღის ინტენსივობა წანაცვლების A ამპლიტუდითა და წნევის $p_{\text{უდ}}$ ამპლიტუდით.

მარტივად მტკიცდება, რომ ზოგადად ტალღის ენერგიის/მუშაობის შეფარდება დროსა და ფართობზე განვითარებული წნევისა და სიჩქარის ნამრავლის ტოლია:

$$I = \frac{W}{St} \Rightarrow W = F\ell, \quad \frac{\ell}{t} = v, \quad \frac{F}{S} = p \Rightarrow pv.$$

ინტენსივობის გამოსახვა წანაცვლების ამპლიტუდით:

გამოვიყენოთ ტალღის მიერ განვითარებული წნევისა და მერხევი წერტილის განვიო სიჩქარის ადრე მიღებული გამოსახულებები

$$p(x, t) = BkA \sin(\omega t - kx), \quad v_y(x, t) = \omega A \sin(\omega t - kx)$$

და ჩავსვათ ინტენსივობის გამოსახულებაში

$$I = p(x, t) \cdot v_y(x, t) = [BkA \sin(\omega t - kx)] \cdot [\omega A \sin(\omega t - kx)] = Bk\omega A^2 \sin^2(\omega t - kx).$$

ინტენსივობა წნევისა და სიჩქარის ნამრავლის საშუალო მნიშვნელობის ტოლია. რხევის პერიოდის ტოლ დროში $\sin^2(\omega t - kx)$ ფუნქციის საშუალო მნიშვნელობაა $1/2$, ამიტომ

$$I = \frac{1}{2} Bk\omega A^2. \quad (16.6)$$

ცნობილი თანაფარდობების $\omega = vk$ და $v^2 = B/\rho$ გამოყენებით (16.6) შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2. \quad (16.7)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ ბგერითი ტალღის უცვლელი ინტენსივობისას, რაც მეტია რხევის ამპლიტუდა, მით ნაკლებია მისი სიხშირე და პირიქით.

ინტენსივობის გამოსახვა წანაცვლების ამპლიტუდით:

ახლა კი გამოვსახოთ ბგერითი ტალღის ინტენსივობა წნევის $p_{\text{უდ}}$ ამპლიტუდით. (16.5)-ისა და $\omega = vk$ თანაფარდობის გამოყენებით მივიღებთ:

$$I = \frac{\omega p_{\text{უდ}}^2}{2Bk} = \frac{\nu p_{\text{უდ}}^2}{2B}. \quad (16.8)$$

$\nu^2 = B/\rho$ თანაფარდობის გამოყენებით (16.8) შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$I = \frac{p_{\text{უდ}}^2}{2\rho\nu} = \frac{p_{\text{უდ}}^2}{2\sqrt{\rho B}}. \quad (16.9)$$

16.4. ბგერის ხმამაღლობა და ტონის სიმაღლე

ამ მომცრო განყოფილებაში მოვიყვანთ ბგერის ორი მნიშვნელოვანი ნიშანთვისებისა და მახასიათებლის განმარტებას. ესენია **ბგერის ხმამაღლობა**, რომელიც დაკავშირებულია ენერჯის ხარჯვასთან და, მაშასადამე, დამოკიდებული უნდა იყოს ამპლიტუდაზე, ხოლო ბგერის **ტონის სიმაღლე** – სიხშირეზე.

- ✓ რაც მეტია ბგერის ხმამაღლობა, მით მეტია ბგერითი ტალღის ამპლიტუდა,
- ✓ რაც მეტია ბგერის ტონის სიმაღლე, მით მეტია ბგერითი ტალღის სიხშირე.

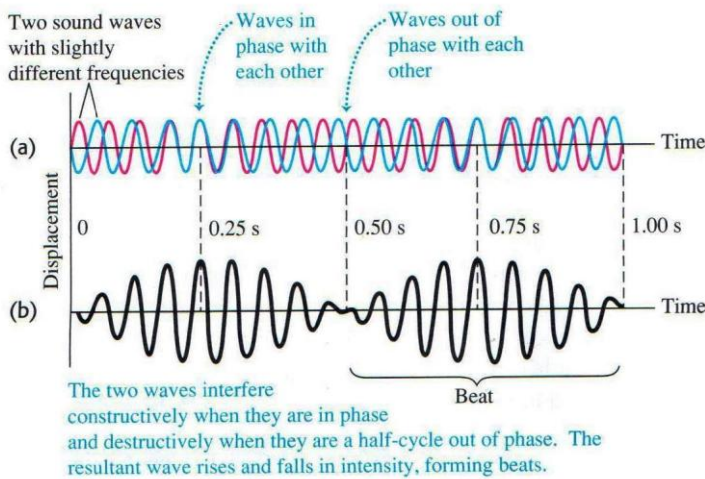
ყვირილის დროს ადამიანი მეტ ენერჯიას ხარჯავს, ვიდრე ნორმალური საუბრისას და მალევე იღლება, დიდ ენერჯიას თან ახლავს რხევის დიდი ამპლიტუდა, ე.ი. ბგერის ხმამაღლობა ნამდვილად წარმოქმნილი ბგერის ენერჯიასა და ამპლიტუდაზეა დამოკიდებული. რაც შეეხება ტონის სიმაღლეს, რაც უფრო მეტია ბგერის რხევის სიხშირე, მით უფრო მაღალი ხმა აქვს, მაგალითად, მომღერალს. საოპერო ხმებში ტონის სიმაღლის მიხედვით განასხვავებენ სამ ძირითად ხმას:

- ✓ **კაცები:** უდიდესი/უმაღლესი სიხშირე - **ტენორი**, შემდეგ მოდის - **ბარიტონი** და უმცირესი/უდაბლესი სიხშირე - **ბანი**,
- ✓ **ქალები:** უდიდესი/უმაღლესი სიხშირე - **სოპრანო**, შემდეგ მოდის - **მეცოსოპრანო** და უმცირესი/უდაბლესი სიხშირე - **კონტრალტო**.

16.5. ბგერის პულსირება

ადრე ჩვენ განვსაზღვრეთ ტალღების ინტერფერენცია, როდესაც ერთნაირი სიხშირისა და მუდმივი ფაზათა სხვაობის მქონე ტალღების ზედდება ხდებოდა. ახლა განვიხილოთ ორი ერთნაირი ამპლიტუდის მქონე ტალღა ოდნავ განსხვავებული სიხშირეებით.

განვიხილოთ სივრცის წერტილი, სადაც ორი ასეთი ტალღის ზედდება ხდება. ტალღების წანაცვლებები ამ წერტილში განისაზღვრება, როგორც დროის ფუნქციები (სურ. 16.2ა). დროის ღერძი იყოს ერთი წამის სიგრძის, ტალღების სიხშირეები კი $f_b = 16\text{ჰც}$ (ცისფერი გრაფიკი) და $f_a = 18\text{ჰც}$ (წითელი გრაფიკი). სუპერპოზიციის/ზედდების პრინციპის გამოყენებით შევკრიბოთ ორი წანაცვლება დროის რაღაც მომენტში, რომ განვსაზღვროთ სრული წანაცვლება. შედეგი ნაჩვენებია სურათზე. 16.2ბ. დროის ზოგიერთ მომენტებში ორი ტალღა ერთ ფაზაშია/სინფაზურია: მათი მაქსიმუმები ერთმანეთს ემთხვევა და ამპლიტუდები იკრიბება. მაგრამ ოდნავ განსხვავებული სიხშირეების გამო ეს ორი ტალღა ვერ იქნება ერთ ფაზაში ყოველთვის. მართლაც, ზოგჯერ ისინი ზუსტად უკუფაზაშია. ამ დროს ისინი ერთმანეთს აქრობს და ჯამური ამპლიტუდა ნულს უტოლდება.



სურ. 16.2.

16.2ბ სურათზე ნაჩვენებია ჯამური ტალღა ჰგავს ერთ სინუსოიდურ ტალღას ცვალებადი ამპლიტუდით, რომელიც მაქსიმალური მნიშვნელობიდან ეცემა ნულამდე და შემდეგ ისევ იწევს ზემოთ. ჩვენ მაგალითში ამპლიტუდა ორჯერ აღწევს მაქსიმუმს და ორჯერ მინიმუმს ერთი წამის განმავლობაში ისე, რომ ამპლიტუდის ამ ცვალებადობას შეესაბამება 2ჰც სიხშირე. ამპლიტუდის

ცვალებადობა იწვევს ბგერის ხმამაღლობის ცვლილებას, რასაც **პულსირება** ან, უბრალოდ, **პულსი** ეწოდება. ბგერის ხმამაღლობის ცვლილების შესაბამის სიხშირეს **პულსის სიხშირე** ეწოდება. ჩვენ მაგალითში პულსირების სიხშირეა ცალკეული ტალღების სიხშირეებს შორის სხვაობა $f_a - f_b = 18\text{ჰც} - 16\text{ჰც} = 2\text{ჰც}$. დავამტკიცოთ ეს თანაფარდობა:

მოცემული სიხშირეების შესაბამისი პერიოდებია $T_a < T_b$. თუ ტალღები ერთდროულად იწყებს მოძრაობას ($t = 0$) დროის მომენტში, ისინი ისევ იქნება ერთ ფაზაში, როდესაც პირველი ტალღა შეასრულებს ზუსტად ერთი რხევით მეტს, ვიდრე მეორე. ეს მოხდება დროის ინტერვალში, რომელიც **პულსის პერიოდის** $T_{\text{პულს}}$ -ის ტოლია. n -ით ავღნიშნოთ პირველი ტალღის რხევათა რიცხვი პულსის პერიოდში, მაშინ მეორე შეასრულებს $n - 1$ რხევას:

$$T_{\text{პულს}} = nT_a, \quad T_{\text{პულს}} = (n - 1)T_b.$$

აქედან n -ის ამოგდებით მივიღებთ:

$$T_{\text{პულს}} = \frac{T_a T_b}{T_b - T_a}.$$

პულსის პერიოდის შებრუნებული სიდიდეა პულსის სიხშირე $f_{\text{პულს}} = 1/T_{\text{პულს}}$, აქედან

$$f_{\text{პულს}} = \frac{T_b - T_a}{T_a T_b} = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_b} = f_a - f_b,$$

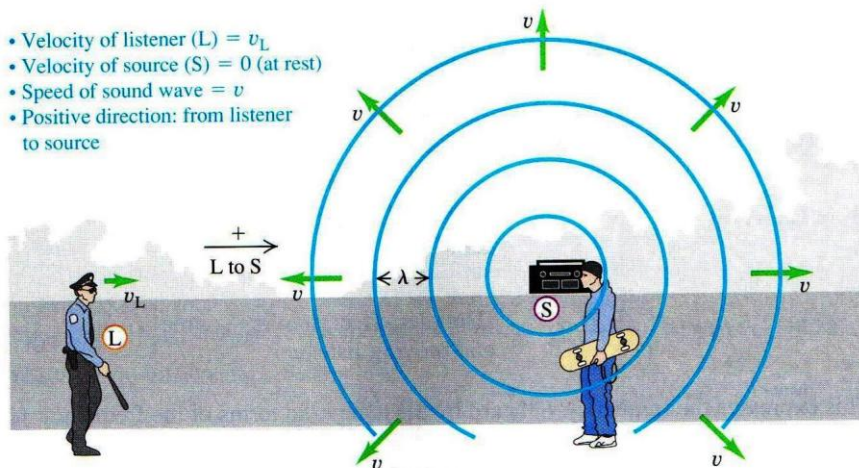
რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.

16.6. დოპლერის ეფექტი

თქვენ ალბათ შემჩნეული გაქვთ, რომ როდესაც მანქანა გვიახლოვდება ჩართული სიგნალით, გვეჩვე4ნება, რომ მისი სიგნალის ტონის სიმაღლე იკლებს, როდესაც მანქანა ჩავვივლის. ეს მოვლენა პირველად აღწერა მე-19 საუკუნის ავსტრიელმა ფიზიკოსმა *ქრისტიან დოპლერმა* და მას **დოპლერის ეფექტი** დაერქვა. როდესაც ბგერის წყარო და მსმენელი მოძრაობს ერთმანეთის მიმართ, ბგერის სიხშირე, რომელიც ესმის მსმენელს, განსხვავდება ბგერის წყაროს სიხშირისგან.

დოპლერის ეფექტში გარკვევის მიზნით გამოვიყვანოთ თანაფარდობა სიხშირის წანაცვლებასა და წყაროსა და მსმენელის სიჩქარეებს შორის იმ გარემოს მიმართ, რომელშიც ვრცელდება ბგერა. სიმარტივისთვის განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც წყაროსა და მსმენელის სიჩქარეები ძვეს მათ შემაერთებელ წრფეზე. შესაბამისი სიჩქარეები გარემოს მიმართ ავლნიშნოთ v_f და v_a . დადებით მიმართულებად ჩავთვალოთ მსმენელისგან წყაროსკენ. ბგერის გავრცელების v სიჩქარე გარემოს მიმართ ყოველთვის დადებითია.

მოძრავი მსმენელი და უძრავი წყარო



სურ. 16.3.

თავდაპირველად ვაკვირდებით უძრავი წყაროსკენ v_a სიჩქარით მოძრავ მსმენელს (სურ.16.3). წყარო აღძრავს ბგერით ტალღას f_f სიხშირითა და $\lambda = v/f_f$ ტალღის სიგრძით. სურათზე გამოსახულია ტალღის ოთხი ფრონტი, დაშორებული ერთმანეთს λ მანძილით. ეს ფრონტები უახლოვდება მსმენელს მის მიმართ აღებული $v + v_a$ სიჩქარით. ე.ი., f_a სიხშირე, რომლითაც ტალღის ფრონტი აღწევს

მსმენელს ანუ რა სიხშირეც ესმის მსმენელს, არის

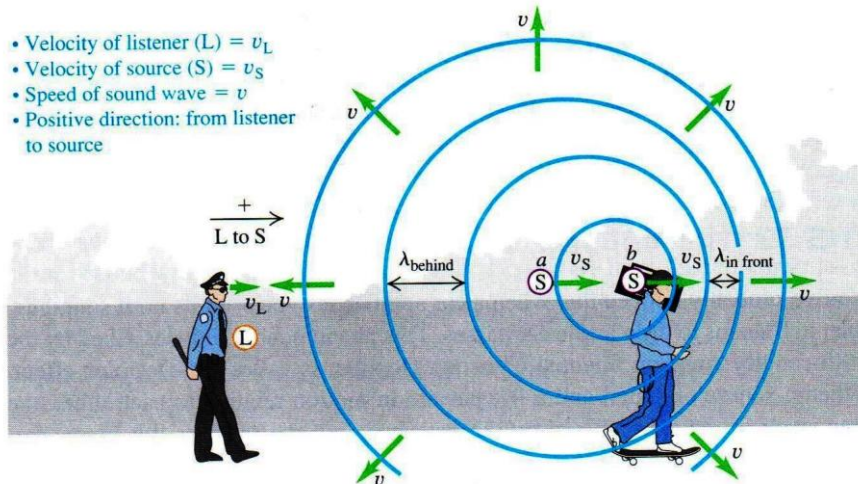
$$f_a = \frac{v + v_a}{\lambda} = \frac{v + v_a}{v/f_f} \tag{16.10}$$

ანუ

$$f_a = \frac{v + v_a}{v} \cdot f_f = \left(1 + \frac{v_a}{v}\right) f_f. \tag{16.11}$$

მაშასადამე, უძრავ წყაროსკენ მიმავალ მსმენელს ($v_{\theta} > 0$) ესმის უფრო მაღალი სიხშირის/მაღალი ტონის ბგერა, ვიდრე უძრავს. შესაბამისად, წყაროსგან მიმავალს ესმის უფრო დაბალი ტონის ბგერა, ვიდრე უძრავ მსმენელს.

მოძრავი მსმენელი და მოძრავი წყარო



- Velocity of listener (L) = v_L
- Velocity of source (S) = v_S
- Speed of sound wave = v
- Positive direction: from listener to source

სურ. 16.4.

ახლა განვიხილოთ ვითარება, როდესაც მსმენელის გარდა წყაროც მოძრაობს v_{θ} სიჩქარით (სურ. 16.4). ბგერის სიჩქარე გარემოს მიმართ ისევე არის v , მისი სიდიდე განპირობებულია გარემოს თვისებებით და არ იცვლება წყაროს მოძრაობის შედეგად. მაგრამ ტალღის სიგრძე აღარ უდრის v/f_{θ} და აი

რატომ. ტალღის ერთი რხევის/ციკლის დრო არის პერიოდი $T = 1/f_{\theta}$. ამ დროის განმავლობაში ტალღა გადის $vT = v/f_{\theta}$ მანძილს, ხოლო წყარო - $v_{\theta}T = v_{\theta}/f_{\theta}$. ტალღის სიგრძე

მე მანძილია ტალღის ორ მეზობელ ბურცობს შორის, და განისაზღვრება წყაროსა და ტალღის ფარდობითი წანაცვლებით. როგორც ჩანს სურათიდან, ის განსხვავებულია წყაროს წინ და მის უკან. წყაროს წინ ტალღის სიგრძეა

$$\lambda_{\text{წინ}} = \frac{v}{f_{\theta}} - \frac{v_{\theta}}{f_{\theta}} = \frac{v - v_{\theta}}{f_{\theta}}. \quad (16.12)$$

წყაროს უკან კი

$$\lambda_{\text{უკან}} = \frac{v + v_{\theta}}{f_{\theta}}. \quad (16.13)$$

ბგერის წყაროს მოძრაობის გამო ტალღები წყაროს წინ და მის უკან, შესაბამისად, შეკუმშულია და გაიშვიათებული/გაშლილი,

წყაროს უკან მყოფი მსმენელის მიერ გაგონილი ბგერის სიხშირის განსაზღვრისთვის, ჩავსვათ (16.13) (16.10)-ის პირველ გამოსახულებაში

$$f_{\theta} = \frac{v + v_{\theta}}{\lambda_{\text{უკან}}} = \frac{v + v_{\theta}}{(v + v_{\theta})/f_{\theta}}$$

$$f_{\theta} = \frac{v + v_{\theta}}{v + v_{\beta}} f_{\beta}. \quad (16.14)$$

სითბური მოვლენები

17. ტემპერატურა და სითბო

ზაფხულის ცხელ დღეს, თუ გაყინულ ზამთრის დამეს, ჩვენი სხეული უნდა იყოს დაახლოებით ერთნაირ ტემპერატურაზე. მას აქვს ტემპერატურის მაკონტროლებელი სრულყოფილი მექანიზმი, თუმცა ზოგჯერ მას დახმარება სჭირდება.

ყოველდღიურ სასაუბრო ენაში ცნებები "ტემპერატურა" და "სითბო" ხშირად ცვლის ერთმანეთს, თუმცა ფიზიკური თვალსაზრისით ეს საკმაოდ განსხვავებული ცნებებია. ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ ტემპერატურისა და სითბოს გავლენას ისეთ *მაკროსკოპულ* ობიექტებზე, როგორცაა *აირით სავსე ჭურჭელი, ყინულის ნატეხი, ადამიანის სხეული* და *სხვა*. შემდეგ თავში განვიხილავთ იგივე ცნებებს *მიკროსკოპული* თვალსაზრისით ცალკეული მოლეკულებისა და ატომების ქცევაზე დაკვირვებით. ამ ორ თავში განხილული საკითხები საფუძველია **თერმოდინამიკად** ცნობილი ფიზიკის განხრის, რომელიც შეისწავლის ენერჯის გარდაქმნას, დაკავშირებულს სითბოსთან, მექანიკურ მუშაობასთან და სხვა. ასევე, შეისწავლება ენერჯიასთან დაკავშირებული სხვა საკითხები და, რაც მთავარია, რა გავლენას ახდენს ეს გარდაქმნები ნივთიერების თვისებებზე.

17.1. ტემპერატურა და თერმული წონასწორობა

ტემპერატურის ცნება აღზევდა "სიცხისა" და "სიცივის" ადამიანის მიერ ხარისხობრივი აღქმისგან. სხეულს, რომელსაც *სცხელა*, უფრო მაღალ ტემპერატურაზეა, ვიდრე ის, რომელსაც *სცივა*. ნივთიერების მრავალი გაზომვადი თვისება დამოკიდებულია ტემპერატურაზე. ტემპერატურა დამოკიდებულია ასევე ნივთიერების მოლეკულების კინეტიკურ ენერჯიაზე. ძალიან მნიშვნელოვანია იმის შეგნება, რომ ტემპერატურა და სითბო შეიძლება განისაზღვროს ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად. ამ თავში განვახილავთ *ტემპერატურის მაკროსკოპულ განსაზღვრას*.

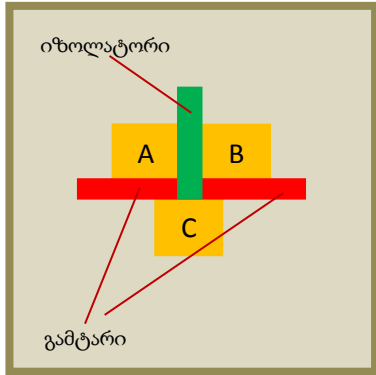
სიცხისა და სიცივის ხარისხის შესაფასებლად ტემპერატურის საშუალებით საჭიროა შეიქმნას ტემპერატურათა სკალა. ამისთვის საჭიროა გამოვიყენოთ სისტემის ნებისმიერი გაზომვადი თვისება, რომელიც იცვლება *გაცხელებისა* თუ *გაცივებისას*. მინის მილში ჩასხმული სითხე (ვერცხლის წყალი) გაცხელებისას ფართოვდება და მისი H სიმაღლე იზრდება. ასევე შეიძლება გამოვიყენოთ დახშულ ჭურჭელში მოთავსებული აირი, რომლის გაცხელებისას ან გაცივებისას, შესაბამისად, იზრდება/მცირდება მისი p წნევა, რაც ფიქსირდება ჭურჭელთან მიერთებული მანომეტრით. მესამე მაგალითად გამოდგება გამტარი მავთულის ელექტრული R წინაღობა, რომელიც ასევე იცვლება მავთულის გაცხელება/გაცივებისას. ე.ი., ყველა ეს სიდიდე (H, p, R) გამოდგება **თერმომეტრის** შესაქმნელად.

ტემპერატურის გასაზომად საჭიროა თერმომეტრი მოვიყვანოთ შეხებაში სხეულთან. თუ გვინდა, მაგალითად, ცხელი ყავის ტემპერატურის გაზომვა, ჩავუშვებთ თერმომეტრს ყავაში, ამასთან თერმომეტრი გაცხელდება, ყავა კი ოდნავ გაცივდება. როდესაც თერმო-

მეტრი აჩვენებს უცვლელ სიდიდეს, ჩვენ ავითვლით მას და ჩავთვლით ყავის ტემპერატურად. ამ შემთხვევაში *სისტემა თერმომეტრი – ყავა* იმყოფება ე.წ. **სითბურ წონასწორობაში**.

თერმოდინამიკის ნულოვანი კანონი

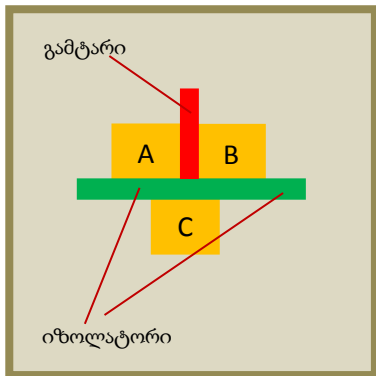
შეიძლება განვიხილოთ სითბური წონასწორობის ერთი მნიშვნელოვანი თვისება, რისთვისაც განვიხილოთ სამი *A, B, C* სისტემა, რომლებიც თავიდან არ იყვნენ სითბურ წონასწორობაში. მათგან შევქმნათ ჩაკეტილი სისტემა (სურ. 17.1). თავიდან *A* და *B* სისტემები



17.1ა. თერმოდინამიკის ნულოვანი კანონი

განვაცალკეოთ იზოლატორით, ხოლო *C* სისტემას შეუძლია ორივე მათგანთან ურთიერთობა (ა). მცირე დროში *A* და *B* სისტემები სითბურ წონასწორობაში აღმოჩნდება *C* სისტემასთან. მაგრამ ერთმანეთთან ისინი სითბურ წონასწორობაშია, თუ არა?

ამის გასაგებად გამოვიყენოთ იზოლატორით *C* სისტემა *A* და *B* სისტემებისგან (ბ), ამ უკანასკნელებს კი მივცეთ ურთიერთობის საშუალება. რა მოხდება? ცდა აჩვენებს, რომ არაფერი მოხდება: არანაირი დამატებითი ცვლილებები *A* და *B* სისტემებში, ანუ



17.1ბ. თერმოდინამიკის ნულოვანი კანონი

➤ *თუ თავიდან C სისტემა თერმულ წონასწორობაშია ორივე A და B სისტემებთან, მაშინ A და B სისტემები ასევე თერმულ წონასწორობაშია ერთმანეთთან.*

ეს არის **თერმოდინამიკის ნულოვანი კანონი**.

აქედან გამომდინარეობს კიდევ ერთი საინტერესო და მნიშვნელოვანი დასკვნა:

➤ *ორი სისტემა თერმულ წონასწორობაშია, თუ ისინი ერთნაირ ტემპერატურაზეა.*

17.2. თერმომეტრები და ტემპერატურული სკალა

მინის მილში ჩასხმული სითხის გამოსაყენებელ თერმომეტრად გადაქცევისთვის საჭიროა მილის კედელზე შეიქმნას შესაბამისი რიცხვითი სკალა. ამჟამად ყოველდღიურ ცხოვრებაში, მეცნიერებასა და მრეწველობაში მრავალ ქვეყანაში პოპულარულია **ცელსიუსის ტემპერატურული სკალა**. ცელსიუსმა აიღო თავისი სკალის სათავე ანუ ნულად ჩათვალია წყლის გაყინვის/ყინულის დნობის ტემპერატურა. მეორე წერტილად მან შეარჩია წყლის დუღილის ტემპერატურა და მათ შორის მანძილი ას (100) ტოლ ნაწილად (*გრადუსად*) დაყო. ტემპერატურას ნულზე დაბლა მან *უარყოფითი*, ხოლო ნულის მაღლა – *დადებითი* უწოდა.

სითხის სვეტის ცვლილების გარდა სხვა სახის თერმომეტრებიც გამოიყენება პრაქტიკაში. არსებობს თერმომეტრები ვიწრო ბიმეტალური ფირფიტით – ორი სხვადასხვა ლითონის ფირფიტა შეერთებულია ერთად და მისი გაცხელებისას სხვადასხვა ლითონის სხვადასხვანაირად ფართოვდება და ფირფიტა იღუნება, მისი ერთი ბოლო მყარად მიერთებულია

თერმომეტრს, მეორე კი ისარს. ფირფიტის გაღუნვა ატრიალებს ისარს და ის სკალაზე აჩვენებს ტემპერატურას. ხშირად ფირფიტას სპირალის ფორმას აძლევენ.

ასევე გამოიყენება წინაღობითი თერმომეტრები. იქ იყენებენ გამტარის წინაღობის დამოკიდებულებას ტემპერატურაზე – ტემპერატურის ზრდისას იზრდება გამტარის წინაღობა, რაც ფიქსირდება შესაბამის სკალაზე. ეს თერმომეტრები, როგორც წესი, სიზუსტით სხვა სახის თერმომეტრებს აღემატება.

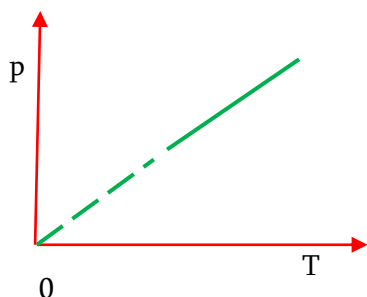
ზოგი თანამედროვე თერმომეტრი მუშაობს ობიექტის მიერ გასხივებული ინფრაწითელი გამოსხივების გაზომვისა და შეფასების პრინციპზე. მას უახლოებენ, მაგალითად, ადამიანის სისხლძარღვს, და ინფრაწითელი სენსორი ზომავს მის მიერ გასხივებულ ინფრაწითელ გამოსხივებას.

ცელსიუსი სკალის გარდა ინგლისურენოვან ქვეყნებში (აშშ, დიდი ბრიტანეთი და სხვა) ფართოდ გამოიყენება ფარენგეიტის ტემპერატურული სკალა. ამ სკალის მიხედვით ყინულის დნობის ტემპერატურაა 32°F, წყლის დუდილის ტემპერატურა კი 212°F. ე.ი., წყლის გაყინვასა და დუდილს შორის მანძილი 180 ნაწილზეა დაყოფილი, ნაცვლად ცელსიუსის 100-ის. მაშასადამე, ფარენგეიტის გრადუსი ცელსიუსის გრადუსის 5/9-ია, და კავშირი ამ ორ ტემპერატურულ სკალას შორის მოცემულია შემდეგი სახით:

$$T^{\circ}F = \frac{9}{5}t^{\circ}C + 32.$$

17.3. აიროვანი თერმომეტრი და კელვინის სკალა

ზემოაღწერილი თერმომეტრების სიზუსტე ბევრად დამოკიდებულია გამოყენებული მასალის განსაკუთრებულ თვისებებზე, რაც, გარკვეულწილად, უკარგავს მათ მაღალ სიზუსტეს. იდეალში სასურველია ისეთი ტემპერატურული სკალისა და თერმომეტრის შექმნა, რომელიც არ იქნება დამოკიდებული ცალკეული მასალის თვისებებზე. ამ განყოფილებაში განვიხილოთ თერმომეტრი, რომელიც უახლოვდება იდეალურს. ეს არის აიროვანი თერმომეტრი. მისი მუშაობა ეყრდნობა იმ გარემოებას, რომ მუდმივ მოცულობაზე აირის წნევა იზრდება ტემპერატურის ზრდისას. აირი მოთავსებულია მუდმივი მოცულობის ჭურჭელში და წნევის ცვლილებას აფიქსირებს მანომეტრი. ორ სხვადასხვა ტემპერატურაზე (მაგალითად, 0°-სა და 100°-ზე) ზომავენ აირის წნევას, გადააქვთ გრაფიკზე და ამ ორ წერტილს აერთებენ წრფით. შემდეგ ამ წრფეზე ავითვლით ნებისმიერ ტემპერატურას შესაბამის წნევაზე. გრაფიკის გაგრძელებისას დაბალი ტემპერატურებისკენ ვხედავთ, რომ არსებობს ტემპერატურა (-273,15°C), რომელზეც აირის წნევა ნულს უტოლდება. აღმოჩნდა, რომ ეს ტემპერატურა ერთნაირია ყველა აირისთვის.



17.2. კავშირი აირის წნევასა და აბსოლუტურ ტემპერატურას შორის

შეიქმნა ტემპერატურული სკალა, რომელიც იწყება ამ ტემპერატურაზე ანუ მისი ნული (სურ. 17.1) ემთხვევა ამ წერტილს (-273,15°C). ამ სკალას კელვინის ტემპერატურული სკალა ეწოდება (ინგლისელი, უფრო ზუსტად, შოტლანდიელი ფიზიკოსის ტომსონის, იგივე ლორდ კელვინის პატივსაცემად). ამ სკალის დაგრადუირება ცელსიუსის სკალის ანა-

ლოგიურია, მაგრამ $0K = -273,15^{\circ}C$. ამ სკალებს შორის კავშირი მოცემულია შემდეგი სახით:

$$TK = t^{\circ}C + 273$$

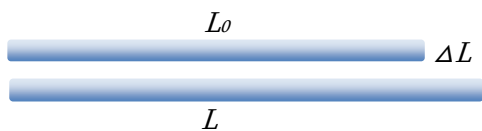
კელვინის სკალას აბსოლუტური ტემპერატურული სკალა ეწოდება, ხოლო მის სათავეს კი აბსოლუტური ნული. აბსოლუტურ ნულზე მოლეკულების სისტემას (აირის, სითხისა ან მყარი სხეულის გარკვეულ რაოდენობას) აქვს მინიმალური შესაძლო სრული ენერგია (კინეტიკური + პოტენციური); კვანტური ეფექტების გამო, არასწორი იქნება იმის მტკიცება, რომ აბსოლუტურ ნულზე წყდება მოლეკულების სითბური მოძრაობა.

17.4. თერმული/სითბური გაფართოება

ტემპერატურის ზრდისას უმეტესი მასალა ფართოვდება. ტემპერატურის ზრდისას ფართოვდება სითხე თერმომეტრის მილში და იღუნება ფირფიტა ბიმეტალურ თერმომეტრში. სითხით სავსე დალუქული ბოთლი სკდება სითხის გაცხელებისას. ეს ყველაფერი თერმული/სითბური გაფართოების მაგალითებია.

წირითი გაფართოება

განვიხილოთ L_0 სიგრძის რაიმე მასალისგან დამზადებული ღერო (სურ. 17.3) t_0 საწყის ტემპერატურაზე. როდესაც ტემპერატურა შეიცვლება Δt -ით, ღეროს სიგრძეც შეიცვლება ΔL -ით. ცდები აჩვენებს, რომ, თუ ტემპერატურის ცვლილება ძალიან დიდი არ არის ($\leq 100^{\circ}C$), ღეროს სიგრძის ცვლილება ტემპერატურის ცვლილების პირდაპირპროპორციულია.



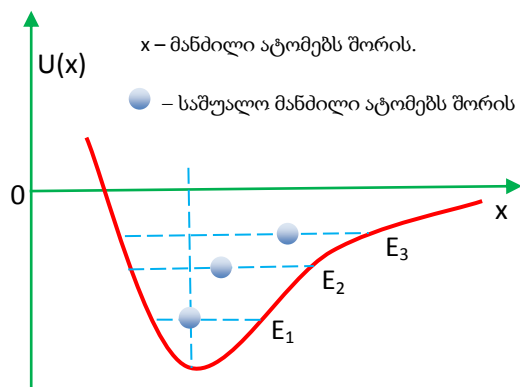
17.3. წირითი სითბური გაფართოება

ასევე დადგინდა, რომ რაც მეტია ღეროს საწყისი ზომა, მით მეტად იცვლება ის ანუ ΔL ასევე L_0 -ის პროპორციულიც უნდა იყოს. პროპორციულობის კოეფიციენტის α სიმბოლოთი აღნიშვნით მივიღებთ შემდეგ თანაფარდობას:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta t \tag{17.1}$$

ანუ $t = t_0 + \Delta t$ ტემპერატურაზე ღეროს L სიგრძე იქნება

$$L = L_0 + \Delta L = L_0 + \alpha L_0 \Delta t = L_0(1 + \alpha \Delta t). \tag{17.2}$$



სურ. 17.4. დრეკადი ძალის პოტენციური ენერჯის დამოკიდებულება ატომებს შორის მანძილზე

α კოეფიციენტს, რომელიც ცალკეული მასალის სითბური გაფართოების თვისებებს აღწერს, წრფივი გაფართოების კოეფიციენტს უწოდებენ. მისი ერთეულია K^{-1} ან $(^{\circ}C)^{-1}$. მრავალი მასალის ყველა წირითი ზომა იცვლება (17.1) და (17.2)-ის მიხედვით.

ავხსნათ სითბური გაფართოება რაოდენობრივად სხეულთა ატომური აგებულების თვალსაზრისით. თითოეული ატომი ირხევა თავის წონასწორობის მდგომარეობასთან. ტემპერატურის ზრდისას იზრდება რხევის ამპლიტუდაც. ატომებს

შორის არსებული ურთიერთქმედების ძალები ასიმეტრიულია წონასწორობის მდგომარეობის მიმართ, ისინი მოქმედებს, როგორც ზამზარა, რომელიც უფრო ადვილად იჭიმება, ვიდრე იკუმშება. შედეგად, რხევის ამპლიტუდის ზრდისას, საშუალო მანძილი ატომებს შორის ასევე იზრდება. რაც მეტად შორდება ატომები ერთმანეთს, მით მეტად იზრდება სხეულის ზომა.

(17.1)-ით მოცემული პირდაპირპროპორციული კავშირი ზუსტი არ არის: ის შედარებით ზუსტად სრულდება მხოლოდ საკმარისად მცირე ტემპერატურული ცვლილებისას. თუმცა პრაქტიკაში ამ პირობას ხშირად უგულებელყოფენ.

მოცულობითი გაფართოება

ტემპერატურის ზრდა ჩვეულებრივად იწვევს მოცულობის ზრდას სითხეებსა და მყარ სხეულებში. ცდებით დგინდება, რომ ისევე, როგორც წირითი გაფართოებისას, არც თუ დიდ ტემპერატურულ ცვლილებებზე, მოცულობის მომატება მიახლოებით პროპორციულია როგორც ტემპერატურული ცვლილების, ისე საწყისი მოცულობის

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta t. \quad (17.3)$$

β კოეფიციენტს, რომელიც ცალკეული მასალის სითხური გაფართოების თვისებებს აღწერს, მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტს უწოდებენ. მისი ერთეულია K^{-1} ან $(C^0)^{-1}$.

β კოეფიციენტი მცირედ იცვლება ტემპერატურის ცვლილებისას, კერძოდ, მრავალი მასალის β კოეფიციენტი დაბალ ტემპერატურებზე მცირდება. ასე, რომ, (17.1)-ის მსგავსად (17.3)-ის პირდაპირპროპორციული კავშირი ზუსტი არ არის: ისიც შედარებით კარგად სრულდება მხოლოდ საკმარისად მცირე ტემპერატურული ცვლილებისას.

მყარი მასალებისთვის დგინდება მარტივი თანაფარდობა მოცულობითი და წირითი გაფართოების კოეფიციენტებს შორის: განვიხილოთ L წიბოს სიგრძისა და $V = L^3$ მოცულობის კუბი. საწყის ტემპერატურაზე წიბოს სიგრძე და მოცულობა იყოს, შესაბამისად, L_0, V_0 . ტემპერატურის მცირედი dt ზრდისას კუბის წიბოს სიგრძე და მოცულობა იზრდება, შესაბამისად, dL, dV სიდიდით

$$dV = \frac{dV}{dL} dL = \frac{d(L^3)}{dL} dL = 3L^2 dL.$$

შევვცვალოთ L წიბოს სიგრძე და $V = L^3$ მოცულობა საწყისი სიდიდეებით L_0, V_0 . (17.1)-იდან

$$dL = \alpha L_0 dt,$$

ხოლო dV ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$dV = 3L_0^2 \alpha L_0 dt = 3L_0^3 \alpha dt = 3\alpha V_0 dt.$$

შევადართ ეს გამოსახულება (17.3)-ის ელემენტარულ ფორმას $dV = \beta V_0 dt$, მაშინ

$$3\alpha V_0 dt = \beta V_0 dt$$

ანუ

$$\beta = 3\alpha. \quad (17.4)$$

17.5. სითბოს რაოდენობა

როდესაც ცივ კოვზს ვდებთ ცხელი ყავით სავსე ფინჯანში, ის თბება, ხოლო ყავა ცივდება მათ შორის სითბური წონასწორობის დამყარებისას. მათი ტემპერატურების ცვლილების გამომწვევ ურთიერთქმედებას ფუნდამენტური ხასიათი აქვს და მას *ენერგიის გადაცემა* ეწოდება ერთი სხეულისგან მეორეზე.

- *ტემპერატურის სხვაობასთან დაკავშირებულ ენერგიის გადაცემას სითბური ნაკადი ან სითბოს გადაცემა ეწოდება, ხოლო თვით გადაცემულ ენერგიას – სითბო (Q).*

სითბოსა და ენერგიის სხვა სახეებს შორის კავშირს მეცნიერები იკვლევდნენ მე-18 და მე-19 საუკუნეებში. უდიდესი წვლილი მიუძღვის ინგლისელ ფიზიკოსს *სერ ჯეიმს ჯოულს*, ვის სახელსაც ატარებს ენერგიის ერთეული საერთაშორისო ერთეულთა *SI* სისტემაში. ცდების საფუძველზე (თანამედროვე მიქსერის წინამორბედით ის ურევდა/თქვლევდა წყალს) მან დაადგინა, რომ *წყლის ტემპერატურის ნაზრდი შესრულებული მუშაობის პირდაპირპროპორციულია.*

კუთრი სითბო

ცდებით დადგინდა, რომ სითბოს Q რაოდენობა, საჭირო m მასის სხეულის ტემპერატურის t_1 -დან t_2 -მდე გასაზრდელად, ამ ტემპერატურათა $\Delta t = t_2 - t_1$ ცვლილების მიახლოებით პროპორციულია ისევე, როგორც თვით მასის

$$Q = cm\Delta t, \quad (17.5)$$

აქ c პროპორციულობის კოეფიციენტი, რომელსაც **კუთრი სითბოტევადობა** ეწოდება.

- *კუთრი სითბოტევადობა სითბოს ის რაოდენობაა, რომელიც საჭიროა ერთი კილოგრამი ნივთიერების ტემპერატურის ერთი გრადუსით შესაცვლელად.*

სხეულის ტემპერატურის ელემენტარული dt ცვლილებისას შესაბამისი სითბო

$$dQ = cmdt, \quad (17.6)$$

აქედან

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dt}. \quad (17.7)$$

წარმოდგენილ გამოსახულებებში სითბოს რაოდენობა და ტემპერატურის ცვლილება შეიძლება იყოს დადებითი და უარყოფითი იმის მიხედვით, სითბო მიეწოდება სხეულს, თუ გაედინება მისგან.

მოლური სითბოტევადობა

ცნობილია, რომ ნივთიერების რაოდენობის შეფასება მოსახერხებელია **მოლებში**.

- *მოლი არის ნივთიერების რაოდენობა, რომელიც შეიცავს $6,023 \cdot 10^{23}$ (ავოგადროს რიცხვი) მოლეკულას.*

თუ M -ით ავლნიშნავთ ნივთიერების ერთი მოლის მასას, მაშინ არსებობს თანაფარდობა

$$m = \nu M,$$

სადაც ν მოცემული სხეულში მოლეკულის რიცხვია/ნივთიერების რაოდენობა. მაშინ (17.5) გადაიწერება შემდეგი სახით:

$$Q = c\nu Mt. \quad (17.8)$$

$C = cM$ ნამრავლს **მოლურ სითბოტევადობას** უწოდებენ და (17.7) გარდაიქმნება

$$Q = \nu C \Delta t. \quad (17.9)$$

რაც შეეხება (17.7)-ს, ის მიიღებს შემდეგ სახეს

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{dQ}{dt}. \quad (17.10)$$

17.6. ფაზური გარდაქმნები

ფაზის ცნება გამოიყენება ნივთიერების განსაკუთრებული მდგომარეობის (მყარი, თხევადი და აიროვანი) აღწერისთვის. შენაერთი H_2O მყარ ფაზაში არსებობს ყინულის სახით, აირად ფაზაში – ორთქლის, თხევად ფაზაში კი წყლის. ფაზას, ასევე, ნივთიერების მდგომარეობასაც უწოდებენ. ნივთიერების ერთი ფაზიდან მეორეში გადასვლას **ფაზის ცვლილება** ან **ფაზური გარდაქმნა** ეწოდება. მოცემულ წნევაზე ფაზის ცვლილებას ადგილი აქვს გარკვეულ, უცვლელ ტემპერატურაზე ამას, როგორც წესი, თან ახლავს სითბოს შთანთქვა ან გასხივება და, ასევე, მოცულობისა და სიმკვრივის შეცვლა.

- *ნივთიერების მყარი ფაზიდან თხევადში გადასვლას დნობა ეწოდება. საპირისპირო პროცესს – გამყარება. ფაზური გარდაქმნა მიმდინარეობს მუდმივ ტემპერატურაზე, რომელსაც დნობის ტემპერატურა ეწოდება.*

შესაბამისი სითბოს რაოდენობა გამოისახება ფორმულით

$$Q = \lambda m. \quad (17.11)$$

აქ λ **დნობის კუთრი სითბო** – სითბოს რაოდენობა, რომელიც საჭიროა ერთი კილოგრამი მყარი ნივთიერების სითბედ გადასაქცევად.

დნობა/გამყარების პროცესი შექცევადია ანუ მიმდინარეობს ორი მიმართულებით.

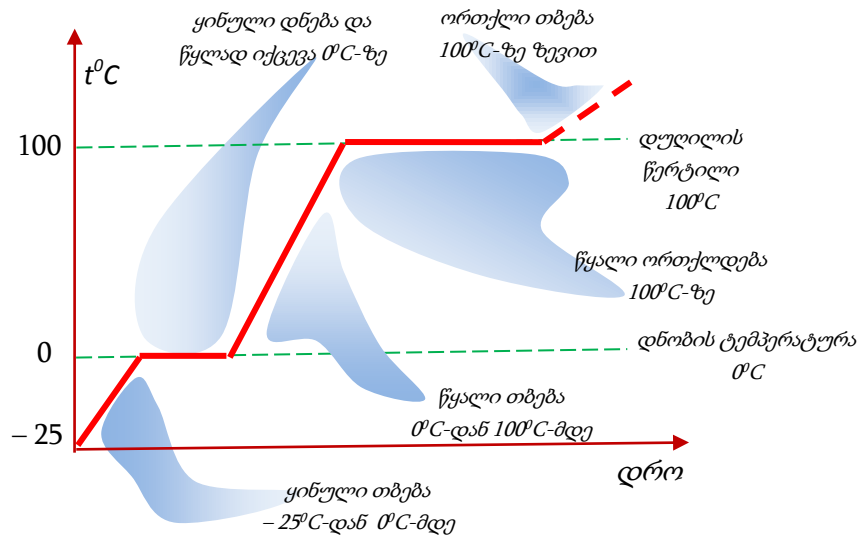
- *ნივთიერების თხევადი ფაზიდან აირადში გადასვლას ორთქლადქცევა ეწოდება. საპირისპირო პროცესს – გათხევადება/კონდენსაცია. ფაზური გარდაქმნა მიმდინარეობს მუდმივ ტემპერატურაზე. მას ორთქლადქცევის ტემპერატურა ეწოდება.*

შესაბამისი სითბოს რაოდენობა გამოისახება ფორმულით

$$Q = Lm. \quad (17.12)$$

აქ L ორთქლადქცევის კუთრი სითბოა – სითბოს რაოდენობა, რომელიც საჭიროა ერთი კილოგრამი სითბის ასაორთქლებლად.

ორთქლადქცევის/გათხევადების პროცესი ასევე შექცევადია.



სურ. 17.5. წყლის ფაზური გარდაქმნა

არის კიდევ ერთი პროცესი, რომელიც ახასიათებს მხოლოდ განსაზღვრული სახის ნივთიერებებს, რომლებსაც *საწვავი ეწოდება*. საწვავი იწვის და გამოყოფს სითბოს. წინა პროცესებისგან განსხვავებით ეს პროცესი *შეუქცევადია*.

საწვავის დაწვისას გამოყოფილი სითბოს რაოდენობა გამოისახება ფორმულით

$$Q = qm. \tag{17.13}$$

აქ q საწვავის კუთრი სითბოა – სითბოს რაოდენობა, რომელიც გამოიყოფა ერთი კილოგრამი საწვავის სრული დაწვისას.

17.7. სითბოს გადაცემის მექანიზმები

ცნობილია სითბოს გადაცემის სამი მექანიზმი: *თბოგამტარობა, კონვექცია და გამოსხივება*.

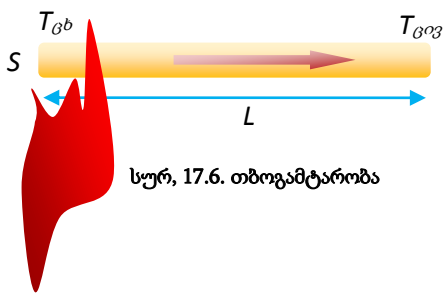
- ✓ *თბოგამტარობას ადგილი აქვს სხეულში ან ორი სხეულის შეხებისას.*
- ✓ *კონვექცია დამოკიდებულია მასის მოძრაობაზე სივრცის ერთი ნაწილიდან მეორეში.*
- ✓ *გამოსხივება არის სითბოს გადაცემა ელექტრომაგნიტური გამოსხივებით – მზის სინათლით/სხივებით, რასაც გარემოს არსებობა სხეულებს შორის სივრცეში საერთოდ არ სჭირდება.*

თბოგამტარობა

თუ სპილენძის ღეროს ერთ ბოლოს ჩავდებთ ცეცხლში, თანდათან მეორე ბოლო ცხელდება ანუ სითბო აღწევს ცივ ბოლოს მასალის *თბოგამტარობის* გამო. სხეულის ატომურ

აგებულებაზე დაყრდნობით, ცხელ არეში მყოფ ატომებს, საშუალოდ, მეტი კინეტიკური ენერჯია აქვს, ვიდრე მათ ცივ მეზობლებს. ცხელი არეს ატომები ეჯახება ცივი არეს მეზობელ ატომებს და გადასცემს მათ თავისი ენერჯიის ნაწილს. ეს მეზობელი ატომები, შესაბამისად, თავის მეზობლებს ეჯახება და ა.შ. მაშასადამე, ეს ენერჯია/სითბო ვრცელდება მთელ მასალაში. თვით ატომები არ გადაადგილდება ერთი არედან მეორეში, სამაგიეროდ, გადაიცემა მათი ენერჯია. ლითონებში არსებობს სითბოს გადაცემის სხვა, უფრო ეფექტური მექანიზმი. ლითონში ზოგიერთ ელექტრონს შეუძლია დატოვოს ატომი და თავისუფლად იმოძრაოს კრისტალურ მესერში. ამ თავისუფალ ელექტრონს შეუძლია სწრაფად გადაიტანოს ენერჯია ლითონის ცხელი არედან ცივში ასე, რომ ლითონები სითბოს კარგი გამტარებია.

სითბოს გადაცემა ხორციელდება მხოლოდ სხვადასხვა ტემპერატურის მქონე უბნებს შორის, და სითბოს ნაკადი ყოველთვის მიმართულია მაღალი ტემპერატურის არედან დაბალი ტემპერატურის არესკენ (სურ. 17.6). შემოვიღოთ სითბოს გავრცელების სისწრაფის –



სითბური დენის ცნება. ეს არის გადაცემული სითბოს წარმოებული დროით $H = \frac{dQ}{dt}$. ცდები აჩვენებს, რომ ეს სიდიდე სხეულის განივკვეთის ფართობისა და ტემპერატურის ცვლილების პროპორციულია და ღეროს სიგრძის უკუპროპორციული. მათ შორის პროპორციულობის k კოეფიციენტს მასალის **სითბური გამტარებლობა** ეწოდება

$$H = \frac{dQ}{dt} = kS \frac{t_{hot} - t_{cool}}{L}. \quad (17.14)$$

.სიდიდეს $(t_{hot} - t_{cool})/L$ ტემპერატურული გრადიენტი ეწოდება.

როგორც სითბური დენის გამოსახულებიდან ჩანს, ის, ფაქტობრივად, *სიმძლავრეს* წარმოადგენს. ამიტომ მისი ერთეულია ვატი.

შენობების სითბური დაცვისთვის გამოიყენება ე.წ. **სითბური წინაღობის** (R) ცნება. სითბურ დენთან ის შემდეგი თანაფარდობითაა დაკავშირებული (S – შენობის კედლის შერჩეული სეგმენტის ფართი)

$$H = S \frac{t_{hot} - t_{cool}}{R}. \quad (17.15)$$

სითბური წინაღობისთვის გამოსახულებას მივიღებთ, თუ (17.14)-ს შევადარებთ (17.15)-ს:

$$R = \frac{L}{k}. \quad (17.16)$$

კონვექცია

კონვექცია წარმოადგენს სითბოს გადაცემას გარემოში სითბის/აირის ნაკადის მოძრაობით სივრცის ერთი არედან მეორეში. ჩვეულებრივი მაგალითია ცხელი ჰაერითა თუ ცხელი წყლით ბინების გათბობა. თუ ნაკადი მოძრაობს/ცირკულირებს ვენტილატორისა თუ დგუშის მოქმედებით, პროცესს *იძულებითი კონვექცია* ეწოდება. თუ ნაკადის დინება განპირობებულია

ბულია სითბური გაფართოების შედეგად წარმოქმნილი სიმკვრივეების სხვაობით, პროცესს თავისუფალი ან ბუნებრივი კონვექცია ეწოდება.

ატმოსფეროში თავისუფალი კონვექცია მთავარ როლს ასრულებს ამინდის წარმოქმნაში, ხოლო კონვექცია ოკეანებში სითბოს გადაცემის უმნიშვნელოვანესი გლობალური მექანიზმია.

კონვექცია ძალიან რთული პროცესია და არ მოიპოვება მისი აღმწერი მარტივი განტოლებები. მოვიყვანთ რამდენიმე ცდისეული დაკვირვების შედეგს:

- ✓ კონვექციის სითბური დენი ზედაპირის ფართობის პირდაპირპროპორციულია. ეს არის რადიატორებისა და გამაგრებლების დიდი ფართობების მიზეზი.
- ✓ სითბის/აირის სიბლანტე ანელებს ბუნებრივ კონვექციას უძრავი ზედაპირების მახლობლად და ქმნის გარკვეული სისქის ზედაპირულ დამცავ ფენას. იძულებითი კონვექცია ამ ფენის სისქეს ამცირებს და ზრდის სითბოს გადაცემის ხარისხს. ეს არის "ქარი-სიცივის ფაქტორის" მიზეზი – ქარიან ამინდში უფრო ცივა, ვიდრე იგივე ტემპერატურის უქარო ამინდში.
- ✓ კონვექციის სითბური დენი მიახლოებით პროპორციულია ზედაპირსა და ნაკადს შორის არსებული ტემპერატურული სხვაობის 5/4 ხარისხის.

გამოსხივება

გამოსხივება არის სითბოს გადაცემა ელექტრომაგნიტური ტალღების მიერ (ხილული სინათლე, ინფრაწითელი და ულტრაიისფერი გამოსხივება). გამოსხივებას სითბოს გადაცემისთვის არ სჭირდება გარემო. ნებისმიერი სხეული ჩვეულებრივ ტემპერატურაზეც ასხივებს ენერგიას ელექტრომაგნიტური გამოსხივების სახით. 20°C-ის ფარგლებში მთელ ენერგიას "ზიდავს" ინფრაწითელი ტალღები (ხილულ სინათლეზე გაცილებით მეტი ტალღის სიგრძით). ტემპერატურის ზრდისას ტალღები მოკლდება. 800°C-ზე სხეული ასხივებს ხილულ გამოსხივებას და წითლადაა გავარვარებული. აქაც უმეტესი ენერგია ინფრაწითელი ტალღებით სხივდება. 300°C-ზე გამოსხივებას აქვს იმის საკმარისი ენერგია, რომ წარმოიქმნას თეთრი ვარვარება.

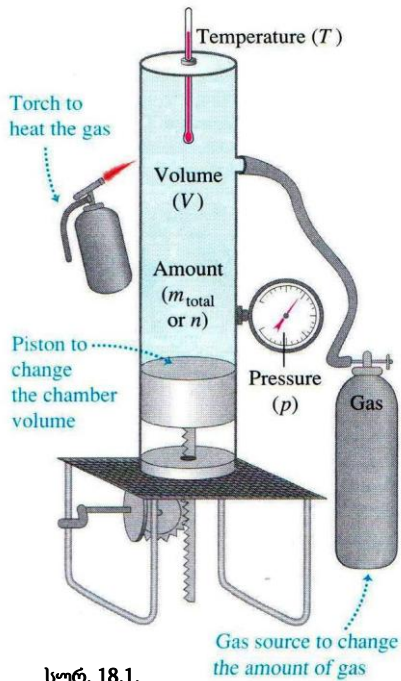
სითბური დენი პროპორციულია ზედაპირის ფართობის, აბსოლუტური/კელვინის ტემპერატურის მეოთხე (4) ხარისხის და დამოკიდებულია ზედაპირის თვისებებზე, რაც განისაზღვრება e **გასხივოსნებით**. ეს არის მოცემული ზედაპირის გამოსხივების ფარდობა იდეალური ზედაპირის გამოსხივებასთან. ადვილი მისახვედრია, რომ გასხივოსნება ერთზე ნაკლები სიდიდეა

$$H = \sigma eST^4. \quad (17.17)$$

აქ წარმოდგენილ ფუნდამენტურ ფიზიკურ σ მუდმივას **სტეფან-ბოლცმანის მუდმივა** ეწოდება, თვით ფორმულას კი **სტეფან-ბოლცმანის კანონი**, მკვლევარების პატივსაცემად.

$$\sigma = 5,670400(40) \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

18. ნივთიერების სითბური თვისებები



სურ. 18.1.

წყლის ადუღება ჩაისთვის თუ ყავისთვის, მაცივარში სურსათის მოთავსება და ყინულის კუბების დამზადება საყინულეში სასმელის გასაცივებლად, ყველაფერი ეს აჩვენებს ურთიერთ გამოკიდებულებას ნივთიერების ისეთ *მაკროსკოპულ* მახასიათებლებს შორის, როგორცაა *წნევა, მოცულობა, ტემპერატურა* და *მასა* (სურ. 18.1). მაგრამ ნივთიერების აღწერა ასევე შესაძლებელია *მიკროსკოპული* თვალსაზრისითაც. ეს ნიშნავს ისეთი მცირე ზომის სიდიდეების კვლევას, როგორცაა ნივთიერების შემადგენელი მოლეკულების *მასები, სიჩქარეები, კინეტიკური ენერგიები* და *იმპულსი*. ამ თავში ასევე შემოვიღებთ ნივთიერების თვისებების კვლევის მორგებული მოდელის – იდეალური აირის ცნებას. ამის შემდეგ გადავალთ რეალური აირების შესწავლაზე.

18.1. მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი დებულებები

მოლეკულურ-კინეტიკური თეორია (მკთ) აღწერს ნივთიერების ძირითადი მახასიათებლების ქცევას მისი მდგომარეობის ცვლილებისას. განსაკუთრებით მოსახერხებელია კვლევების ჩატარება აირებზე, რადგან აირი ყველაზე მკაფიოდ რეაგირებს გარე პირობების ცვლილებაზე. მოვიყვანოთ **მკთ-ის ძირითადი დებულებები**:

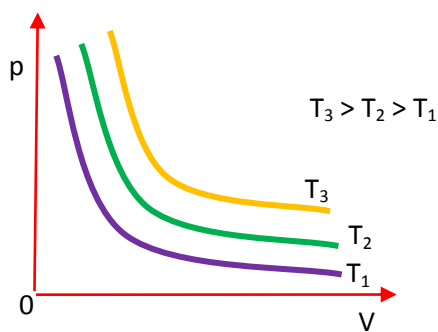
1. ყველა ნივთიერება შედგება უმცირესი ნაწილაკებისგან – მოლეკულებისგან;
2. მოლეკულები იმყოფება მუდმივ ქაოსურ მოძრაობაში და ემორჩილება ნიუტონის მოძრაობის კანონებს;
3. მოლეკულები ურთიერთქმედებს ე.წ. მოლეკულათაშორის ურთიერთქმედების ძალებით.

შემოვიღოთ იდეალური აირის ცნება:

- *იდეალური ეწოდება ისეთ აირს, რომლის მოლეკულების ურთიერთქმედება უგულვებელყოფილია.*

იდეალური აირის მოლეკულები უსასრულოდ მცირე ზომისაა. მათ შორის არ მოქმედებს მიზიდვის ძალები. რეალური აირი თავისი თვისებებით მით უფრო უახლოვდება იდეალურს, რაც მეტად გაიშვიათებულია ის. იდეალური აირი ხასიათდება სამი თერმოდინამიკური პარამეტრით: *წნევა p*, *მოცულობა V* და *ტემპერატურა კელვინის (TK)* და ცელსიუს ($t^{\circ}C$) სკალებით ($TK = t^{\circ}C + 273$).

18.2. იდეალური აირის კანონები (იზოპროცესები)



იდეალური აირის იზოთერმები

ბოილ-მარიოტის კანონი/იზოთერმული პროცესი

ცდებმა აჩვენა, რომ იდეალური აირის მოცემული მასისთვის მუდმივ ტემპერატურაზე იდეალური აირის წნევა მისი მოცულობის უკუპროპორციულია ($T = const$):

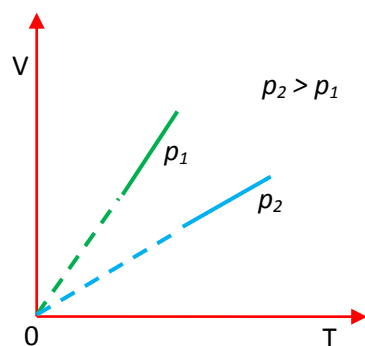
$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \text{ანუ} \quad pV = const. \quad (18.1)$$

ეს კანონი პრაქტიკულად ერთდროულად (სამი თვის ინტერვალით) ცდისეულად ჩამოაყალიბეს ინგლისელმა ბოილმა და ფრანგმა მარიოტმა. პროცესს **იზოთერმული** დაერქვა.

სელმა ბოილმა და ფრანგმა მარიოტმა. პროცესს **იზოთერმული** დაერქვა.

გეი-ლუსაკის კანონი/იზობარული პროცესი

იდეალური აირის მოცემული მასისთვის მისი მოცულობა მუდმივ წნევაზე აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულია ($p = const$):



იდეალური აირის იზობარები

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{ან} \quad \frac{V}{T} = const. \quad (18.2)$$

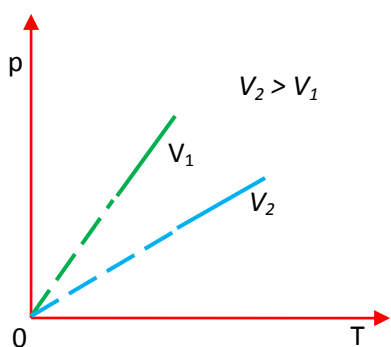
ეს კანონი ცდისეულად აღმოაჩინა ფრანგმა მეცნიერმა, გრაფმა გეი-ლუსაკმა. პროცესს **იზობარული** დაერქვა.

ცელსიუსის ტემპერატურით ამ კანონს შემდეგი სახე ექნება:

$$V = V_0(1 + \alpha t).$$

$\alpha = 1/273$ აირის მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი, V_0, V , შესაბამისად, იდეალური აირის საწყისი და საბოლოო მოცულობებია, t – ტემპერატურის შესაბამისი ცვლილება.

შარლის კანონი/იზოქორული პროცესი



იდეალური აირის იზოქორები

იდეალური აირის მოცემული მასისთვის მუდმივ მოცულობაზე ($V = const$) მისი წნევა აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულია

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{ან} \quad \frac{p}{T} = const. \quad (18.3)$$

ეს კანონი ცდისეულად აღმოაჩინა ფრანგმა მეცნიერმა შარლმა. პროცესს **იზოქორული** დაერქვა.

ცელსიუსის ტემპერატურაზე ეს კანონი შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$p = p_0(1 + \beta t).$$

აქ $\beta = 1/273$ წნევის თერმული კოეფიციენტი, p_0, p , შესაბამისად, იდეალური აირის საწყისი და საბოლოო წნევებია, t – ტემპერატურის შესაბამისი ცვლილება.

18.3. იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლება

იდეალური აირის არსის გასაგებად ერთ-ერთი ყველაზე თვალსაჩინო და სასარგებლო ფორმულაა

$$p = nkT, \quad (18.4)$$

($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ – ბოლცმანის მუდმივა,) რომელიც აჩვენებს, რომ აირის წნევა დამოკიდებულია მისი მოლეკულების n კონცენტრაციასა და T აბსოლუტურ ტემპერატურაზე. ეს ბუნებრივია, რადგან წნევა განისაზღვრება მოლეკულების ჭურჭლის კედლებთან დაჯახებათა რიცხვითა და სიძლიერით – სწორედ ამას აღწერს აღნიშნული პარამეტრები (n, T). თუმცა ამ ფორმულას ერთი სერიოზული ნაკლი აქვს. ის აბსოლუტურად უსარგებლოა პრაქტიკული თვალსაზრისით, რადგან შეიცავს არაგაზომვად სიდიდეს – მოლეკულების n კონცენტრაციას და, მაშასადამე, მისი საშუალებით ვერაფერს გამოვთვლით. გარდავქმნათ ეს ფორმულა ისე, რომ ის პრაქტიკული გამოყენებისთვის მისაღები გახდეს. ამისთვის შევცვალოთ მოლეკულების კონცენტრაცია სხვა, ადვილად გაზომვადი, სიდიდეებით.

როგორც ცნობილია, ნივთიერების რაოდენობა (ν) განისაზღვრება ორი ფორმულით

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \quad \nu = \frac{m}{M}$$

სადაც N მოლეკულების საერთო რაოდენობაა, $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ – ავოგადროს რიცხვია, ხოლო m, M – შესაბამისად, აირის მასა და მოლური მასაა. გავუტოლოთ ეს გამოსახულებები ერთმანეთს:

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}, \quad N = \frac{m}{M} N_A, \quad n = \frac{N}{V} = \frac{m}{VM} N_A.$$

(18.4)-ში ჩასმით მივიღებთ:

$$p = \frac{m}{VM} N_A k T,$$

აქ $N_A k = R = 8,31$ აირის უნივერსალური მუდმივაა, ანუ

$$pV = \frac{m}{M} RT. \quad (18.5)$$

ეს არის იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლება. ის შეიცავს ადვილად გაზომვად სიდიდეებს, მოსახერხებელია პრაქტიკული გამოყენებისთვის და მას მენდელეევი-კლაპეირონის განტოლება ეწოდება. ის აღწერს აირის მდგომარეობას გარკვეული წნევით, მოცულობით, ტემპერატურითა და მასით. თუ აირის მდგომარეობა იცვლება ანუ იცვლება მისი თერმოდინამიკური მახასიათებლები (p, V, T) უცვლელი მასის პირობებში, აირი გადადის ერთი მდგომარეობიდან მეორეში და აღმწერ განტოლებებს შემდეგი სახე ექნება:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1, \quad p_2 V_2 = \frac{m}{M} R T_2.$$

ამ განტოლებების ერთმანეთზე გაყოფით მივიღებთ:

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \text{ანუ} \quad \frac{pV}{T} = \text{const.} \quad (18.6)$$

ეს არის **კლავირონის განტოლება**, რომელიც შეიცავს იდეალური აირის სამივე ზემოთ მოყვანილ კანონს.

მივიღოთ იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლება სხვა ხერხით, რომ საბოლოოდ დავრწმუნდეთ მის სისწორეში. ეს ხერხი თვით კლავირონმა გამოიყენა მის მიერ ჩატარებული ცდის შედეგებზე დაყრდნობით ანუ ეს, ფაქტობრივად, კლავირონის ცდის მათემატიკური აღწერაა. კლავირონის ცდაში მან შეცვალა სამივე თერმოდინამიკური მახასიათებელი, ამიტომ ის იძულებული გახდა ჩატარებინა ორსაფეხურიანი ცდა, აირის შუალედური მდგომარეობის გამოყენებით.

აღვწეროთ ცდის სრული პროცესი:

თავიდან კლავირონმა *იზობარულად* ($p = \text{const}$) გადაიყვანა აირი *საწყისი* მდგომარეობიდან (მახასიათებლებით p_1, V_1, T_1) *შუალედურში* (p_1, V', T_2) ანუ აირს დარჩა საწყისი p_1 წნევა და მან დაიკავა შუალედური V' მოცულობა და აღმოჩნდა საბოლოო T_2 ტემპერატურაზე, რამაც კლავირონს საშუალება მისცა იზოთერმული პროცესის გამოყენებით აირი საბოლოო მდგომარეობაში გადაეყვანა (p_2, V_2, T_2) ანუ ცდა შემდეგი სქემით ჩატარდა:

$$p_1, V_1, T_1 \rightarrow p_1, V', T_2 \rightarrow p_2, V_2, T_2.$$

მაშასადამე, საბოლოო ფორმულის გამოყვანისას ვიყენებთ იზობარული და იზოთერმული პროცესების შემდეგ გამოსახულებებს:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V'}{T_2}, \quad p_1 V' = p_2 V_2.$$

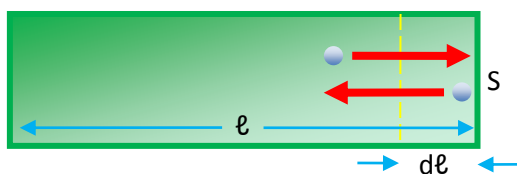
შუალედური V' მოცულობის ამოგდებით მივიღებთ:

$$V' = \frac{V_1 T_2}{T_1}, \quad V' = \frac{p_2 V_2}{p_1} \Rightarrow \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1},$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \text{და} \quad \frac{pV}{T} = \text{const.}$$

მაშასადამე, ჩვენ მივიღეთ **კლავირონის განტოლება** მეორე ხერხით, რაც ადასტურებს მის ჭეშმარიტებას.

18.4. მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი განტოლება



სურ. 18.2. მკთ-ის ძირითადი განტოლება

მოვიდგინოთ, რომ m_0 მასის მოლეკულა v სიჩქარით აბსოლუტურად დრეკადად ეჯახება კედელს და ირეკლება მისგან მოდულით იგივე სიჩქარით, ამასთან, მოლეკულის იმპულსის ცვლილებაა

$$d(mu) = m_0v - (-m_0v) = 2m_0v.$$

dV ელემენტარულ მოცულობაში მოლეკულათა რიცხვია $N = ndV = nSvdt$, n აირის მოლეკულების კონცენტრაციაა. მოლეკულათა მოძრაობა განიხილება X, Y, Z კოორდინატთა სისტემის ნებისმიერი ღერძის გასწვრივ ორივე მიმართულებით (კედლისკენ და კედლისგან). აირის მოლეკულების მოძრაობას აღწერს ე.წ. **საშუალო კვადრატული სიჩქარე**

$$\bar{v}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \Rightarrow v_x \approx v_y \approx v_z \Rightarrow 3v_x^2 = 3v_y^2 = 3v_z^2,$$

ასე, რომ განიხილება აირის თითოეული მოლეკულის მოძრაობის 6 შესაძლებელი მიმართულება. ამიტომ მოლეკულის კედლისკენ მოძრაობის ალბათობა $1/6$ -ის ტოლია. ჭურჭლის კედელთან მოლეკულათა შეჯახების რიცხვია

$$N^* = \frac{N}{6} = \frac{nS\bar{v}dt}{6},$$

ხოლო კედელს გადაცემული სრული იმპულსი – მასთან შეჯახებული ყველა მოლეკულის საერთო იმპულსის ცვლილებაა

$$d(mu)^* = 2m_0\bar{v}N^* = 2m_0\bar{v} \cdot \frac{nS\bar{v}dt}{6} = \frac{nm_0S\bar{v}^2dt}{3},$$

მაშინ კედელზე განვითარებული წნევა

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = \frac{d(mu)^*}{dt} \Rightarrow \frac{d(mu)^*}{Sdt} = \frac{nm_0\bar{v}^2}{3}$$

ანუ

$$p = \frac{1}{3}nm_0\bar{v}^2. \quad (18.7)$$

ეს აირის მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი განტოლებაა.

იდეალური აირის წნევა შეიძლება ასევე გამოისახოს მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგიით: თუ კინეტიკური ენერჯის გამომსახველ ფორმულას $\bar{E}_{კინ} = m_0 \bar{v}^2 / 2$ ჩავსვამთ (18.7)-ში, მივიღებთ:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_{კინ} \quad (18.8)$$

თუ იმასაც გავითვალისწინებთ, რომ აირის სიმკვრივე $\rho = m/V = Nm_0/V = nm_0$, შეიძლება (18.7) გადავწეროთ შემდეგი სახითაც:

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2. \quad (18.9)$$

მაშასადამე, იდეალური აირის წნევისთვის გვაქვს ოთხი ფორმულა, რაც ხაზს უსვამს წნევის განსაკუთრებულ მნიშვნელობას აირის თერმოდინამიკურ მახასიათებლებს შორის.

იდეალური აირის წნევის ფორმულების შედარებით, მივიღებთ კავშირს კინეტიკურ ენერჯისა და აბსოლუტურ ტემპერატურას შორის

$$\bar{E}_{კინ} = \frac{3}{2} kT. \quad (18.10)$$

აქედან გამომდინარეობს კელვინის ტემპერატურული სკალის აბსოლუტური ნულის ფიზიკური არსი:

- აბსოლუტური ნული ის ტემპერატურაა, რომელზეც წყდება მოლეკულათა სითბური მოძრაობა ($T = 0K$, $\bar{v} = 0$).

18.5. მოლეკულების განაწილება სიჩქარის მიხედვით (მაქსველის განაწილება). თავისუფალი განარბენის სიგრძე

გამოჩენილმა ინგლისელმა (შოტლანდიელმა) ფიზიკოსმა **ჯეიმს კლარკ მაქსველმა** პირველმა გადაწყვიტა სიჩქარეების მიხედვით იდეალური აირის მოლეკულების ყველაზე ალბათური განაწილების ამოცანა. **მაქსველის განაწილება** – სიჩქარეების მიხედვით მოლეკულების განაწილების კანონი N მოლეკულისგან შემდგარი იდეალური აირისთვის ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$N(v) = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}. \quad (18.11)$$

$N(v)dv$ აირის იმ მოლეკულების რიცხვია, რომელთა სიჩქარეები იმყოფება $v \div v + dv$ ინტერვალში. მოლეკულების სრული N რაოდენობა შეიძლება განისაზღვროს ინტეგრირებით 0-დან ∞ -მდე სიჩქარის ცვლილებით

$$N = \int_0^{\infty} N(v) dv. \quad (18.12)$$

იდეალური აირის მოლეკულების განაწილება სიჩქარეების მიხედვით დამოკიდებულია მხოლოდ ტემპერატურაზე. ქაოსური სითბური მოძრაობისას აირის მოლეკულები დროდადრო ეჯახება ერთმანეთს, ამასთან, ითვლება, რომ შეჯახებებს შორის თითოეული მოლეკულა წრფივად და თანაბრად მოძრაობს.

- ერთმანეთის მიყოლებით მოძვდარ ორ შეჯახებას შორის საშუალო მანძილს მოლეკულის თავისუფალი განარბენის სიგრძე ეწოდება.

t დროში მოლეკულა მოძრაობს $V = \pi d^2 vt$ (d – მოლეკულის დიამეტრი) მოცულობის ცილინდრის შიგნით. ცხადია, ეს ცილინდრი $N = nV = \pi d^2 vtn$ მოლეკულას შეიცავს.

მოლეკულების შეჯახებების გამო N იქნება ერთი მოლეკულის შეჯახებათა რიცხვი t დროში. მაშასადამე, მოლეკულის თავისუფალი განარბენის ℓ სიგრძე არის ამ დროში მოლეკულის მიერ მთელი გავლილი მანძილის შეფარდება შეჯახებათა რიცხვთან:

$$\ell = \frac{vt}{\pi d^2 vtn} = \frac{1}{\pi d^2 n}. \quad (18.13)$$

ეს ფორმულა ეფუძნება იმ დაშვებას, რომ მოძრაობისას მოლეკულა ეჯახება უძრავ ნაწილაკებს (ე.ი. სხვა მოლეკულები უძრავია). გასაგებია, რომ სინამდვილეში მოლეკულა ეჯახება სხვა მოძრავ მოლეკულებს. ამასთან, შეჯახებათა სიხშირე იზრდება და თავისუფალი განარბენის სიგრძე დაიყვანება შემდეგ გამოსახულებამდე:

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \quad (18.14)$$

18.6. რეალური აირები. ვან-დერ-ვაალსის განტოლება

რეალური აირები კარგად ემორჩილება იდეალური აირის კანონებს დაბალი წნევისა და სიმკვრივის პირობებში (ძლიერ გაიშვიათებულ მდგომარეობაში). თუმცა, მათი ქცევა მკვეთრად იცვლება სიმკვრივის ზრდისას – რეალურ პირობებში, მაღალ წნევაზე, აირის მოლეკულების ზომებს უკვე ველარ ვუგულებელვყოფთ, რადგან ისინი ბევრია და თავად იკავებს აირის მოცულობის მნიშვნელოვან ნაწილს. გარდა ამისა, მაღალ წნევაზე მოლეკულები მჭიდროვდება და მოლეკულებშორისი ურთიერთქმედების ძალები მკვეთრად გამოიხატება. მაშასადამე, საჭირო ხდება გარკვეული შესწორებების შეტანა იდეალური აირის ცნობილ მდგომარეობის განტოლებაში.

- ✓ **წნევის შესწორება:** რეალური აირის მოცულობაში მყოფი ცალკეული მოლეკულა ყოველი მხრიდან მიიზიდება სხვა მოლეკულებით და მასზე მოქმედი ჯამური ძალა ნულის ტოლი ხდება. ჭურჭლის კედლის სიახლოვეს მყოფ მოლეკულაზე კი მოქმედი ჯამური ძალა არ ბათილდება სხვა ძალებით – პირიქით, ის მათი ტოლქმედია და მიმართულია ჭურჭლის შიგნით (კედლისგან). ამ მიზეზით არსებული წნევა *ქეშმარიტ წნევაზე ნაკლები გამოდის*. წნევის შესწორება p^* დამოკიდებულია მოლეკულების კედლის ერთეულ ზედაპირთან დროის ერთეულში შეჯახებათა რიცხვსა და მოლეკულათა საერთო რიცხვზე. ორივე ეს რიცხვი აირის სიმკვრივეზეა დამოკიდებული. *წნევის შესწორება* (მას შიგა წნევასაც უწოდებენ) განისაზღვრება გამოსახულებით

ბით $p^* = a/V^2$, a მუდმივაა, V – აირის მოცულობა, ე.ი. ჰემმარიტი (შესწორებული) წნევა იქნება: $p + p^* = p + a/V^2$, სადაც p არსებული წნევაა.

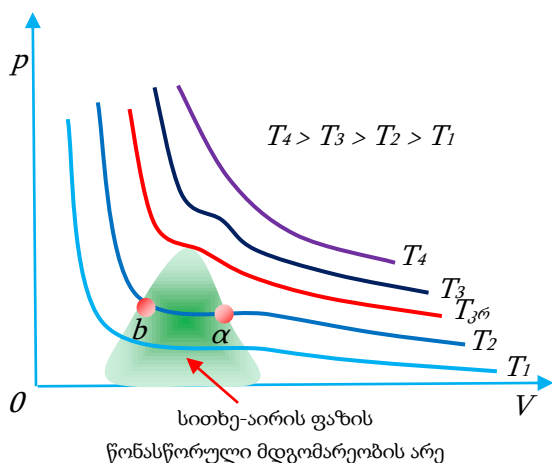
- ✓ **მოცულობის შესწორება:** ის, რომ მოლეკულებს სასრულო მოცულობა აქვს, მიუთითებს იმაზე, რომ მოლეკულების სამომრად სივრცე ჰურჭლის მოცულობაზე ნაკლებია. მოლეკულის გარშემო არსებობს ზემოქმედების არე და ამიტომ მოცულობის შესწორება b დაახლოებით ოთხჯერ აღმატება თვით მოლეკულის ჰემმარიტ მოცულობას. მაშასადამე, რეალური აირის ჰემმარიტი (შესწორებული) მოცულობაა $V - b$.

მაშასადამე, რეალური აირის მდგომარეობის განტოლება – ვან-დერ-ვაალსის განტოლება ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \frac{m}{M}RT. \quad (18.15)$$

18.7. რეალური აირების იზოთერმები

გრაფიკული სახით წარმოდგენილ აირის წნევის დამოკიდებულებას მის მოცულობაზე მუდმივი ტემპერატურის პირობებში **pV-დიაგრამებს** ან **იზოთერმებს** უწოდებენ. 18.3 სურათზე მოყვანილია რეალური აირის იზოთერმები. $T_{კრ}$ -ზე დაბალ ტემპერატურებზე წარმოიქმნება არე, სადაც შესაძლებელია აირის შეკუმშვა (ანუ მისი მოცულობის შემცირება) წნევის ზრდის გარეშე. დაკვირვება აჩვენებს, რომ აირი კონდენსირდება/გათხევადდება – გადადის *აიროვანი ფაზიდან თხევადში*. იზოთერმების გაფერადებული არე წარმოადგენს *სითხე-აირის ფაზების წონასწორულ* მდგომარეობას. მოცულობის შემდგომი შემცირებისას სულ უფრო მეტი და მეტი აირი იქცევა სითხედ, თუმცა წნევა უცვლელი რჩება (აქ უგულვებელყოფილია გათხევადებისას გამოყოფილი სითხე).



სურ. 18.3. რეალური აირის იზოთერმები

ხდებოდა, $T_{კრ}$ -ზე მაღალ ტემპერატურებზე აირის შეკუმშვისას ფაზური გარდაქმნა არ ხდება, ხოლო ძალიან მაღალ ტემპერატურებზე (T_4), მრუდი იდეალური აირის იზოთერმის ფორმას იღებს. $T_{კრ}$ -ს წარმოდგენილი ნივთიერების/აირის კრიტიკულ ტემპერატურას უწოდებენ.

შემდგომში ჩვენ ხშირად გამოვიყენებთ pV-დიაგრამებს/იზოთერმებს. ჩვენ გიჩვენებთ, რომ არე pV-მრუდის ქვეშ წარმოადგენს სისტემის მიერ შესრულებულ მუშაობას მისი

მოცულობის ცვლილებისას. ეს მუშაობა, თავის მხრივ, პირდაპირ უკავშირდება სისტემის სითბოცვლასა და მისი შინაგანი ენერჯის ცვლილებას.

18.8. სითბოტევადობა

როდესაც ჩვენ შემოვიტანეთ ადრე სითბოტევადობის, კუთრი სითბოტევადობისა და მოლური სითბოტევადობის ცნება, ჩვენ, ძირითადად, გვსურდა მათი გაზომვის მარტივი ხერხებისთვის მიგნება. ახლა ჩავატაროთ სითბოტევადობის თეორიული ანალიზი.

აირის სითბოტევადობა

ჩვენი ანალიზი ეყრდნობა იმ გარემოებას, რომ სითბო გადაცემული ენერჯიაა. როდესაც ნივთიერებას გადავცემთ სითბოს, მისი მოლეკულების ენერჯია მატულობს. მოცულობა ჩავთვალოთ მუდმივად, რომ გამოირიცხოს ენერჯის გადაცემა მექანიკური მუშაობის შესრულების გზით. ასეთ ვითარებაში საქმე გვაქვს *მუდმივ მოცულობის აირის მოლურ C_V სითბოტევადობასთან*.

მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის თანახმად, ნივთიერი წერტილის მსგავს მოლეკულას აქვს მხოლოდ გადატანითი მოძრაობის კინეტიკური ენერჯია, რომელიც აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულია ($K = 3vRT/2$). ტემპერატურის ელემენტარული ცვლილებისას ის გადაიწერება როგორც $dK = 3vRdT/2$. განმარტების თანახმად, მოლური სითბოტევადობა განისაზღვრება შემდეგი თანაფარდობიდან:

$$dQ = vC_V dT.$$

მაშასადამე, გადაცემული სითბო და კინეტიკური ენერჯის ცვლილება ერთმანეთის ტოლია ($dQ = dK$) და მათი გატოლება გვაძლევს:

$$vC_V dT = 3vRdT/2,$$

$$C_V = 3R/2. \quad (18.16)$$

ეს ფორმულა სამართლიანია ნებისმიერი აირისთვის, რომლის მოლეკულები შეიძლება ნივთიერი წერტილებად ჩაითვალოს. ეს ფორმულა კარგად მუშაობს ერთატომიანი (ერთი ატომის მქონე) აირის შემთხვევაში, მაგრამ ორატომიანი და უფრო მეტი ატომისგან შემდგარი, პოლიატომიანი აირისთვის (18.6) ნაკლებად ვარგისიანია. ორატომიან აირს აქვს ღერძი, გამავალი ატომების შემაერთებელი წრფის ცენტრში და ატომებს შეუძია მის გარშემო ბრუნვა და რხევა. ანუ დამატებით აქვს ბრუნვისა და რხევის ენერჯიები.

როდესაც სითბო გადაეცემა ერთატომიან აირს მუდმივ მოცულობაზე, მთელი დამატებული ენერჯია ხმარდება მოლეკულების ქაოსური გადატანითი მოძრაობის კინეტიკური ენერჯის ზრდას, რაც აისახება ტემპერატურის ზრდაში. ორატომიანი აირის ტემპერატურის იგივე სიდიდით მომატებისას, დამატებითი სითბოა საჭირო ბრუნვითი და რხევითი ენერჯიების გაზრდისთვის. ე.ი., ორატომიან აირს *მეტი* მოლური სითბოტევადობა აქვს, ვიდრე ერთატომიანს.

იმისთვის, რომ გავიგოთ, რა სიდიდის ენერგია უკავშირდება თითოეულ მოძრაობას, შემოვიღოთ ე.წ. **ენერგიის თანაბარი გადანაწილების პრინციპი**. ენერგიის თანაბარი გადანაწილების პრინციპის თანახმად, მოლეკულის თითოეულ სიჩქარეს (გადატანით, თუ ბრუნვით) შეესაბამება $kT/2$ -ის ტოლი კინეტიკური ენერგია. მოლეკულის მოძრაობის აღმწერი სიჩქარის მდგენელების რიცხვს ეწოდება **თავისუფლების ხარისხების რიცხვი**. ერთატომიან აირს სამი თავისუფლების ხარისხი აქვს, რაც შეესაბამება სიჩქარის სამ v_x, v_y, v_z მდგენელს, რაც ერთ მოლეკულაზე გვაძლევს $3(kT/2)$ -ის ტოლ საშუალო კინეტიკურ ენერგიას. ორატომიან მოლეკულაში არსებობს ორი, ურთიერთმართობული ბრუნვის ღერძი, რომლებიც, თავის მხრივ, მოლეკულის ღერძის მართობულია. მაშასადამე, ასეთ შემთხვევაში ვღებულობთ ხუთ თავისუფლების ხარისხს და საშუალო კინეტიკური ენერგია $5(kT/2)$ -ის ტოლი იქნება. შესაბამისად, ორატომიანი აირის მოლური სითბოტევადობაა

$$C_V = 5R/2. \quad (18.17)$$

19. შინაგანი ენერჯია. თერმოდინამიკის პირველი კანონი

ყოველთვის, როდესაც ჩვენ ვმართავთ ავტომობილს, ვრთავთ ბინაში გამათბობელს ან ვამზადებთ საჭმელს, ჩვენ ვსარგებლობთ *თერმოდინამიკის* პრაქტიკული გამოყენებით. თერმოდინამიკა შეისწავლის *სითბოს*, *მექანიკური მუშაობისა* და *ენერჯიის სხვა ფორმების* ურთიერთქმედებას და, ასევე, *ენერჯიის გადაცემას*. ავტომობილის ძრავაში ჟანგბადისა და ბენზინის ორთქლის ნარევის აფეთქებით ხდება ძრავის ცილინდრებში დგუშების მოძრაობა რაც, თავის მხრივ, ამოძრავებს ავტომობილის ბორბლებს ანუ სითბური ენერჯია გარდაიქმნება მექანიკურ მუშაობად. ეს არის *თერმოდინამიკური პროცესის* მაგალითი.

19.1. თერმოდინამიკური სისტემა, თერმოდინამიკური პროცესი

ჩვენ ხშირად ვსაუბრობთ ენერჯიის გადაცემაზე რაიმე სისტემისთვის ან მისგან ენერჯიის ამოღებაზე. ეს შეიძლება იყოს მექანიკური ხელსაწყო, ბიოლოგიური ორგანიზმი ან, უბრალოდ, რაიმე მასალის გარკვეული რაოდენობა. ზოგადად,

- *თერმოდინამიკური სისტემა ეწოდება ერთად მოქცეულ საგანთა ერთობლიობას, რომელსაც შეუძლია გარემოსთან სხვადასხვა სახის ენერჯიის გაცვლა.*
- *პროცესს, რომლის დროსაც იცვლება თერმოდინამიკური სისტემის მდგომარეობა, თერმოდინამიკური პროცესი ეწოდება.*

19.2. სითბოს რაოდენობა. შინაგანი ენერჯია. თერმოდინამიკის პირველი კანონი

როდესაც ორ სხვადასხვა ტემპერატურაზე მყოფ თერმოდინამიკურ სისტემას ერთად ათავსებენ, საბოლოოდ დამყარებულ;ი ტემპერატურა სადღაც ამ ტემპერატურებს შორის აღმოჩნდება. ჩვეულებრივად, ტემპერატურის ცვლილება აღიწერება სითბოს გარკვეული რაოდენობის გადაცემით ერთი თერმოდინამიკური სისტემიდან (მეტ ტემპერატურაზე მყოფი) მეორეზე (ნაკლები ტემპერატურის მქონე) ანუ

- *სითბოს რაოდენობა არის ენერჯია, რომელსაც ერთი თერმოდინამიკური სისტემა გადასცემს მეორეს მუშაობის შესრულების გარეშე, მათ შორის ტემპერატურის სხვაობის არსებობისას.*

თერმოდინამიკური სისტემის ერთი წონასწორული მდგომარეობიდან მეორეში გადასვლის თერმოდინამიკური პროცესი ხასიათდება გარკვეული მუშაობის შესრულებით და გარკვეული რაოდენობის სითბოს გაცვლით. შემოვიღოთ თერმოდინამიკური სისტემის **შინაგანი ენერჯიის** ცნება. მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის თანახმად, თერმოდინამიკური სისტემა ისევე, როგორც ნებისმიერი სხეული, შედგება მოლეკულებისგან, რომლებსაც მათი ქაოსური გადატანითი მოძრაობის გამო *კინეტიკური ენერჯია*, ხოლო ერთმანეთთან ურთიერთქმედების გამო – *პოტენციური ენერჯია* აქვს. თერმოდინამიკური სისტემის შემადგენელი მოლეკულების ამ ენერჯიების ერთობლიობა შეადგენს ამ თერმოდინამიკური სისტემის ე.წ. შინაგან ენერჯიას.

- თერმოდინამიკური სისტემის შინაგანი ენერჯია მისი შემადგენელი მოლეკულების კინეტიკური და პოტენციური ენერჯიების ჯამის ტოლია.

შინაგანი ენერჯია აღნიშნება $U = f(T)$ სიმბოლოთი და არის ტემპერატურის ფუნქცია.

თერმოდინამიკური სისტემის შინაგანი ენერჯიის შეცვლა შესაძლებელია ორი გზით: სისტემაზე/სისტემის მიერ მუშაობის შესრულებითა და სისტემაზე სითბოს გადაცემით/სისტემის მიერ სითბოს გაცემით. ამ პროცესებს აღწერს თერმოდინამიკის პირველი კანონი.

- თერმოდინამიკური სისტემის შინაგანი ენერჯიის ცვლილება ამ სისტემაზე გადაცემული სითბოს რაოდენობისა და ამავე სისტემის მიერ შესრულებული მუშაობის სხვაობის ტოლია

$$\Delta U = Q - W. \quad (19.1)$$

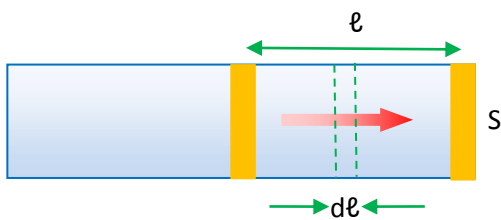
ეს თერმოდინამიკის პირველი კანონია.

თუ თერმოდინამიკური სისტემის მდგომარეობა იცვლება უმნიშვნელოდ, (19.1) შემდეგ სახეს იღებს:

$$dU = dQ - dW. \quad (19.2)$$

19.3. აირის მოცულობის ცვლილებისას შესრულებული მუშაობა

თერმოდინამიკური სისტემის მარტივი, თუმცა ზოგადი მაგალითია გარკვეული რაოდენობის აირი, რომელიც მოთავსებულია ცილინდრული ფორმის დეგუშიან ჭურჭელში. გამოვთვალოთ მუშაობა, რომელსაც შეასრულებს ეს აირი თერმოდინამიკური პროცესის დროს. სიმარტივისთვის ჩავთვალოთ, რომ ჭურჭლის დეგუში უწონადია და შეუძლია მოძრაობა ხახუნის გარეშე. ამგვარ ვითარებაში აირი გაფართოებისას ასრულებს მუშაობას დეგუშის გადაადგილებაზე და, მეორეს მხრივ, აირის დეგუშით შეკუმშვისას მუშაობას ასრულებს დეგუშზე მოქმედი გარე ძალა (-ები).



სურ. 19.1. აირის გაფართოებისას შესრულებული მუშაობა

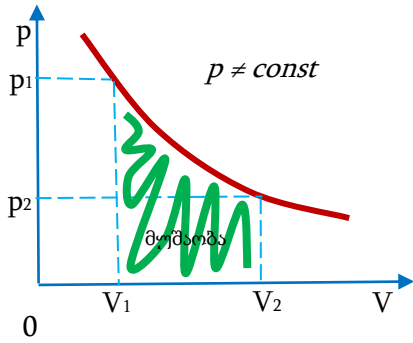
თავიდან ცილინდრში მოთავსებული აირი (თერმოდინამიკური სისტემა) იმყოფება გარემოსთან თერმოდინამიკურ წონასწორობაში p_1 წნევაზე და იკავებს V_1 მოცულობას. მუშაობის შესრულების შემდეგ (შენიშვნა! ვიხილავთ იზოთერმულ პროცესს ($T = const$)) თერმოდინამიკური სისტემა გადადის საბოლოო მდგომარეობაში, სადაც ის ისევ თერმოდინამიკურ წონასწორობაშია გარემოსთან. აქ

მისი ძირითადი თერმოდინამიკური მახასიათებლებია უკვე p_2 წნევა და V_2 მოცულობა. სურათზე 19.1 წარმოდგენილია აირი, რომელიც გაფართოებისას ასრულებს მუშაობას დეგუშის გაწევაზე. დეგუშის ელემენტარულ dl მანძილზე გადაადგილებისას აირის მიერ შესრულებული ასევე ელემენტარული dW მუშაობა გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

$$dW = F dl \Rightarrow p = \frac{F}{S}, F = pS \Rightarrow pS dl \Rightarrow S dl = dV \Rightarrow pdV,$$

$$dW = pdV. \quad (19.3)$$

აქ dV აირის მოცულობის შესაბამისი ელემენტარული ცვლილებაა.

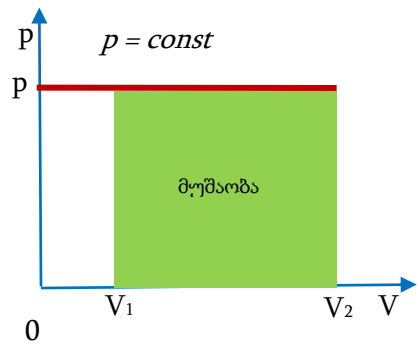


სურ. 19.2ა. pV-დიაგრამა ცვალებადი წნევისას

აირის მიერ დეგუმის l მანძილით გადაადგილებაზე შესრულებული სრული მუშაობა გამოითვლება ინტეგრალით:

$$W = \int_l dW = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \quad (19.4)$$

გრაფიკულად (სურ. 19.2ა, ბ) ეს ინტეგრალი (სრული შესრულებული მუშაობა) გამოისახება



სურ. 19.2ბ. pV-დიაგრამა მუდმივი წნევისას

pV -დიაგრამის მრუდის ქვემოთ მოქცეული *გამუქებული* ფართობით. მოყვანილია ორი დიაგრამა, რომლებიც ასახავს თერმოდინამიკურ პროცესს ცვალებადი წნევისა და მუდმივი წნევის პირობებში და შესაბამის შესრულებულ მუშაობებს.

19.4. სითბოტევადობა. კუთრი სითბოტევადობა. აირის უნივერსალური მუდმივა

როგორც გამომდინარეობს თერმოდინამიკის პირველი კანონიდან, თერმოდინამიკური სისტემის მდგომარეობის შეცვლა მუშაობის შესრულების გარდა შესაძლებელია სითბოს გადაცემითაც. ჩვენ უკვე განვმარტეთ სითბოს რაოდენობა, მაგრამ სასურველია მოვიყვანოთ სითბოს რაოდენობის განსხვავებული განმარტებაც:

- სითბოს რაოდენობა ის ენერგიაა, რომელსაც სითბოცვლისას ერთი თერმოდინამიკური სისტემა/სხეული გადასცემს მეორეს.
- თერმოდინამიკურ სისტემაზე/სხეულზე გადაცემული სითბოს რაოდენობის ფარდობას ტემპერატურის შესაბამის ცვლილებასთან მისი სითბოტევადობა ეწოდება

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (19.5)$$

სითბოტევადობა ახასიათებს ნებისმიერ სხეულს, ხოლო მასალა, რომლისგანაც დამზადებულია ეს სხეული, ხასიათდება ე.წ. ნივთიერების კუთრი სითბოტევადობით

- კუთრი სითბოტევადობა ეწოდება სხეულის სითბოტევადობის მის მასასთან ფარდობას ანუ ეს არის სხეულის ერთეული მასის სითბოტევადობა.

კუთრი სითბოტევადობა მეორენაირადაც განიმარტება:

- კუთრი სითბოტევადობა იმ სითბოს რაოდენობის ტოლია, რომელიც საჭიროა ნივთიერების ერთეული მასას ტემპერატურის ერთი გრადუსით შესაცვლელად

$$c = \frac{C}{m} = \frac{dQ}{mdT}. \quad (19.6)$$

კუთრი სითბოტევადობა ნივთიერების მთავარი თერმოდინამიკური/სითბური მახასიათებელია.

მაშასადამე, სითბოს ის რაოდენობა, რომელიც უნდა გადაეცეს m მასისა და c კუთრი სითბოტევადობის მქონე სხეულს, მისი ტემპერატურის T_1 -დან T_2 -მდე შესაცვლელად, განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით:

$$Q = \int dQ = \int_{T_1}^{T_2} cmdT. \quad (19.7)$$

ნივთიერების, განსაკუთრებით, აირის მასას ხშირად ზომავენ *მოლებში*. შესაბამის სითბოტევადობას **მოლური სითბოტევადობა** ეწოდება

$$C_M = cM = \frac{dQ}{v dT}, \quad \left(v = \frac{m}{M}\right)$$

v, M , შესაბამისად, ნივთიერების რაოდენობა (მოლების რიცხვი) და მოლური მასაა.

აირებში განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს ორი მოლური სითბოტევადობა, აღებული მუდმივ მოცულობასა C_V და მუდმივ წნევაზე C_p . ჩავწერთ თერმოდინამიკის პირველი კანონი ერთი მოლი ნივთიერებისთვის ($v = 1$):

$$dU = dQ - dW \Rightarrow dW = pdV, dQ = C_M dT \Rightarrow C_M dT - pdV.$$

განვიხილოთ მუდმივი მოცულობისას ($V = const$) მიმდინარე პროცესი. მაშინ $dV = 0$, ე.ი. $pdV = 0$, ($C_M \rightarrow C_V$) და $dU = C_V dT$, საიდანაც C_V -თვის მივიღებთ:

$$C_V = \frac{dU}{dT}. \quad (19.8)$$

ახლა განვიხილოთ მუდმივ წნევაზე მიმდინარე პროცესი ($p = const$). განმარტებიდან

$$C_p = \frac{dQ}{dT}. \quad (19.9)$$

მაშასადამე, თერმოდინამიკის პირველი კანონის გამოსახულებაში შემავალი წევრები (სითბოტევადობებით) ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$dQ = C_p dT, \quad dU = C_V dT, \quad dW = pdV.$$

ჩავსვათ ეს თანაფარდობები თერმოდინამიკის პირველი კანონის გამოსახულებაში

$$dQ = dW + dU, \quad C_p dT = pdV + C_V dT.$$

ერთი მოლისთვის აღებული იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლების გამოყენებით ($pdV = RdT$) მდგომარეობის ელემენტარული ცვლილებისას და წნევის მუდმივობის გათვალისწინებით მივიღებთ

$$C_p dT = R dT + C_V dT,$$

საიდანაც

$$C_p = R + C_V$$

და

$$R = C_p - C_V. \quad (19.10)$$

ეს მაიერის ფორმულაა. აქედან ჩანს, რომ $C_p > C_V$. ამ გარემოებას მარტივი ახსნა აქვს:

- მუდმივი მოცულობის პირობებშიაირზე გადაცემული სითბოს რაოდენობა მხოლოდ აირის შინაგანი ენერჯიის ზრდას ხმარდება მაშინ, როდესაც მუდმივი წნევის პირობებში ის შინაგანი ენერჯიის ზრდასაც ხმარდება და აირის მიერ შესრულებულ მუშაობაზეც იხარჯება.

მაიერის ფორმულიდან გამომდინარეობს აირის უნივერსალური R მუდმივას ფიზიკური არსი:

- აირის უნივერსალური მუდმივა რიცხობრივად იმ მუშაობის ტოლია, რომელსაც ასრულებს ერთი მოლი აირი მისი ტემპერატურის ერთი გრადუსით გაზრდისას.

19.5. თერმული პროცესები

გავარკვიოთ, რა სახეს მიიღებს თერმოდინამიკის პირველი $\Delta U = Q - W$ კანონი იზოთერმული, იზობარული და იზოქორული პროცესების დროს. მსჯელობისას ვისარგებლებთ მუშაობის $W = p\Delta V$ ფორმულით და იმ გარემოებით, რომ შინაგანი ენერჯია ტემპერატურის ფუნქციაა ($U = 3RT/2$).

იზოთერმული პროცესი ($T = const$)

მუდმივი ტემპერატურისას შინაგანი ენერჯია არ იცვლება ($\Delta U = 0$) და თერმოდინამიკის პირველი კანონი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$Q = W$$

- იდეალური აირის მიერ შთანთქმული სითბო მთლიანად ხმარდება მის მიერ შესრულებულ მუშაობას.

იზობარული პროცესი ($p = const$)

- იდეალური აირის მიერ შთანთქმული სითბო ნაწილობრივ ხმარდება მის მიერ შესრულებულ მუშაობას, ნაწილი კი იხარჯება აირის შინაგანი ენერჯიის ზრდაზე

$$Q = \Delta U + W.$$

იზოქორული პროცესი ($V = const$)

თუ აირის მოცულობა მუდმივია ანუ არ ხდება მოცულობის შეცვლა ($\Delta V = 0$), არც მუშაობა სრულდება აირის მიერ $W = 0$, ამიტომ თერმოდინამიკის პირველი კანონი შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$Q = \Delta U$$

- იდეალური აირის მიერ შთანთქმული სითბო სრულად ხმარდება მისი შინაგანი ენერჯის ზრდას.

ადიაბატური პროცესი. პუასონის განტოლება. თბოიზოლირებული სისტემა ($Q = 0$)

თბოიზოლირებულ სისტემებში სითბო არ შემოდის და არც გაედინება მისგან ($Q = 0$), ამ დროს მიმდინარეობს ე.წ. ადიაბატური პროცესი

$$\Delta U = -W$$

- აირის შინაგანი ენერჯის ცვლილება მის მიერ შესრულებული მუშაობის ტოლია ან მასზე შესრულებულ მუშაობას უტოლდება.

გადავწეროთ ადიაბატური პროცესის განტოლება იდეალური აირის მდგომარეობის ელემენტარული ცვლილებებისას

$$dU = -dW \Rightarrow dU = C_V dT, \quad dW = p dV \Rightarrow C_V dT = -p dV$$

$$dT = -\frac{p dV}{C_V}.$$

მეორე მხრივ, ერთი მოლი იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლებაა $pV = RT$. აირის მდგომარეობის დროში ცვლილების აღწერის მიზნით ეს განტოლება გავაწარმოთ დროით

$$d(pV) = R dT, \quad p dV + V dp = R dT,$$

$$dT = \frac{p dV + V dp}{R}.$$

dT -ს ორი გამოსახულების გატოლებითა და

$$R = C_p - C_V, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

თაბაფარდობების გამოყენებით მივიღებთ:

$$-\frac{p dV}{C_V} = \frac{p dV + V dp}{R}, \quad -\frac{p dV}{C_V} = \frac{p dV + V dp}{C_p - C_V}, \quad \frac{p dV}{C_V} + \frac{p dV + V dp}{C_p - C_V} = 0$$

ან

$$C_p p dV + C_V V dp = 0.$$

ამ გამოსახულების ყველა წევრის $pV C_V$ -ზე გაყოფით მივიღებთ:

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0.$$

ამ გამოსახულების ინტეგრირებით ვღებულობთ

$$\gamma \ln V + \ln p = \text{const}$$

ან

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (19.11)$$

ეს არის ადიაბატური პროცესის აღმწერი **პუასონის განტოლება**.

$pV = RT$ -დან ჯერ V -ს, შემდეგ კი p -ს გამოყოფით და (19.11) რიგრიგობით ჩასმით მივიღებთ პუასონის განტოლების კიდევ ორ გამოსახულებას:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{const}.$$

20. თერმოდინამიკის მეორე კანონი

მრავალი თერმოდინამიკური პროცესი მიმდინარეობს ერთი მიმართულებით და არ ხორციელდება საპირისპირო მიმართულებით. სიტბო ყოველთვის გადაეცემა ცხელი სხეულიდან ცივზე და არასდროს პირიქით. მეორე მაგალითი: ადვილია მექანიკური ენერჯის სრულად გადაქცევა სითბურში – ეს ყოველთვის ხდება ავტომობილის დამუხრუჭებისას. საპირისპიროდ, მრავალი ხელსაწყო *ნაწილობრივ* გარდაქმნის სითბოს მექანიკურ ენერჯიად (ავტომობილის ძრავა). თუმცა არ მოიპოვება ხელსაწყო/დანადგარი, რომელიც სითბოს სრულად გადააქცევს მექანიკურ ენერჯიად.

აქ მოყვანილ მაგალითებში განხილულ მოვლენებს ხსნის *თერმოდინამიკის მეორე კანონი*. ეს კანონი ადგენს გარკვეულ შეზღუდვებს დანადგარების მქკ-სა და იმ მინიმალურ ენერჯიაზე, რომელიც მაცივრის მუშაობისთვისაა საჭირო. ასე, რომ თერმოდინამიკის მეორე კანონი პირდაპირ უკავშირდება მრავალ მნიშვნელოვან პრაქტიკულ ამოცანას.

ასევე ამ თავში შემოვიღებთ *ენტროპიის* ცნებას, რომელიც არის სისტემის ქაოსურობისა და მოუწესრიგებლობის ხარისხის რაოდენობრივი ზომა.

20.1. შექცევადი და შეუქცევადი თერმოდინამიკური პროცესები

ბუნებაში არსებული ყველა თერმოდინამიკური პროცესი **შეუქცევადია**. ეს პროცესებია, რომლებიც მიმდინარეობს მხოლოდ ერთი მიმართულებით. ამ თავში ჩვენი მთავარი თამაა თერმოდინამიკის მეორე კანონი, რომელიც საზღვრავს ასეთი პროცესების უპირატეს მიმართულებებს. თითოეული ბუნებრივი პროცესის ამ უპირატესი მიმართულებების გარდა, შეიძლება განიხილოს იმ იდეალიზებული პროცესების ნუსხა, რომლებიც *შეიძლება* იყოს შექცევადი. სისტემა, რომელიც მონაწილეობს ასეთ იდეალიზებულ **შექცევად პროცესში**, ყოველთვის ძალიან ახლოსაა თერმოდინამიკურ წონასწორობასთან როგორც საკუთარ თავ-

თან, ისე გარემოსთან. სისტემის მდგომარეობის ყოველი შეცვლა შეიძლება წავიდეს უკუ მიმართულებით მხოლოდ სისტემის მდგომარეობის უსასრულოდ მცირე ცვლილებისას. მაგალითად, ოდნავ განსხვავებული ტემპერატურების მქონე ორ სხეულს შორის სითბოცვლა შეიძლება შებრუნდეს მხოლოდ ერთერთის ტემპერატურის ძალიან მცირე შეცვლისას.

მაშასადამე, შექცევადი პროცესი წონასწორული პროცესია, რომლის დროსაც სისტემა ყოველთვის თერმოდინამიკურ წონასწორობაშია. შექცევადი პროცესი არის იდეალი, რომელიც მიუღწეველია რეალურ სამყაროში. თუმცა, ძალიან მცირე ტემპერატურული გრადიენტისა და წნევის ცვლილებისას სისტემა შეიძლება ძალიან ახლოს იყოს წონასწორულ მდგომარეობასთან და პროცესი გახდება თითქმის შექცევადი.

თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ რიგი პროცესებისა, როგორცაა სითბოს გადაცემა სასრულო ტემპერატურული სხვაობისას, აირის თავისუფალი გაფართოება ან მუშაობის სითბოდ გადაქცევა ხახუნისას აბსოლუტურად *შეუქცევადი* პროცესებია, ვერანაირი მდგომარეობის მცირე შეცვლა ამ პროცესებს ვერ შეუცვლის მიმართულებას. ისინი, ასევე, არაწონასწორული პროცესებია, როდესაც, პროცესის სრულ დასრულებამდე, არც ერთ წერტილში იქნება სისტემა თერმოდინამიკურ წონასწორობაში.

20.2. სითბური მანქანები/ძრავები

ტექნოლოგიური საზოგადოების მთავარი მიღწევაა ენერჯის სხვადასხვა წყაროების ნაყოფიერად გამოყენება.

- *ნებისმიერ მანქანა/დანადგარს, რომელიც ნაწილობრივ გარდაქმნის სითბოს მექანიკურ ენერჯიად ან სითბოს ხარჯზე ასრულებს მუშაობას, სითბური მანქანა/ძრავა ეწოდება.*

ნივთიერებას სითბური ძრავის შიგნით, რომელიც გასცემს/იღებს სითბოს, ფართოვდება/იკუმშება და ზოგჯერ ფაზურ მდგომარეობასაც იცვლის, სითბური ძრავას **მუშა სხეული** ეწოდება. სითბური ძრავას მუშაობისას მისი მუშა სხეული მონაწილეობს განმეორებად, ციკლურ პროცესში, როდესაც ნივთიერება პერიოდულად უბრუნდება თავის პირვანდელ მდგომარეობას. ორთქლის ტურბინაში, წყალი ცირკულირებს მასში და გამოიყენება ისევ და ისევ.

ყველა სითბური ძრავა შთანთქავს სითბოს რაიმე წყაროდან (**სახურებლიდან**) შედარებით მაღალ ტემპერატურაზე, გარდაქმნის მის ნაწილს მექანიკურ ენერჯიად (მის ხარჯზე ასრულებს მუშაობას), დანარჩენ სითბოს კი აფრქვევს გარეთ უფრო დაბალ ტემპერატურაზე. შეიძლება ითქვას, რომ სითბოს წყარო აწვდის მაღალი ტემპერატურის ენერჯიას ძრავას, რომლის ნაწილი მუშაობის შესრულების შემდეგ გადაეცემა გარემოს, რომელსაც, პირობითად, **მაცივარს** უწოდებენ, შედარებით დაბალ ტემპერატურაზე. მაცივარი პროცესის *განმეორებადობის* ანუ *ციკლირების* საწინდარია.

მაშასადამე, "მაცივრის" არსებობა აუცილებელია სითბოს ხარჯზე მუშაობის შესრულებისთვის ან მისი მექანიკურ ენერჯიად თანამიმდევრული გადაქცევისთვის. ამიტომ სითბური ძრავებისთვის შემოღებულია ე.წ. **მარგი ქმედების კოეფიციენტი (მქკ)** ცნება. ის აღინიშნება η (ეტა) სიმბოლოთი და ხშირად მოცემულია პროცენტებში.

- სითბური ძრავას მარგი ქმედების კოეფიციენტი (მქკ) ეწოდება ძრავას მიერ შესრულებული მუშაობის ფარდობას სახურებლიდან მიღებულ სითბოს რაოდენობასთან

$$\eta = \frac{W}{Q} = \frac{Q - Q_{\text{მაც}}}{Q} = 1 - \frac{Q_{\text{მაც}}}{Q}. \quad (20.1)$$

ფრანგმა ფიზიკოსმა სადი კარნომ შეისწავლა ე.წ. იდეალური სითბური მანქანა, სადაც მუშა სხეულად იდეალური აირი მიიჩნია, და მიიღო ამ მანქანის მქკ-ის ფორმულა

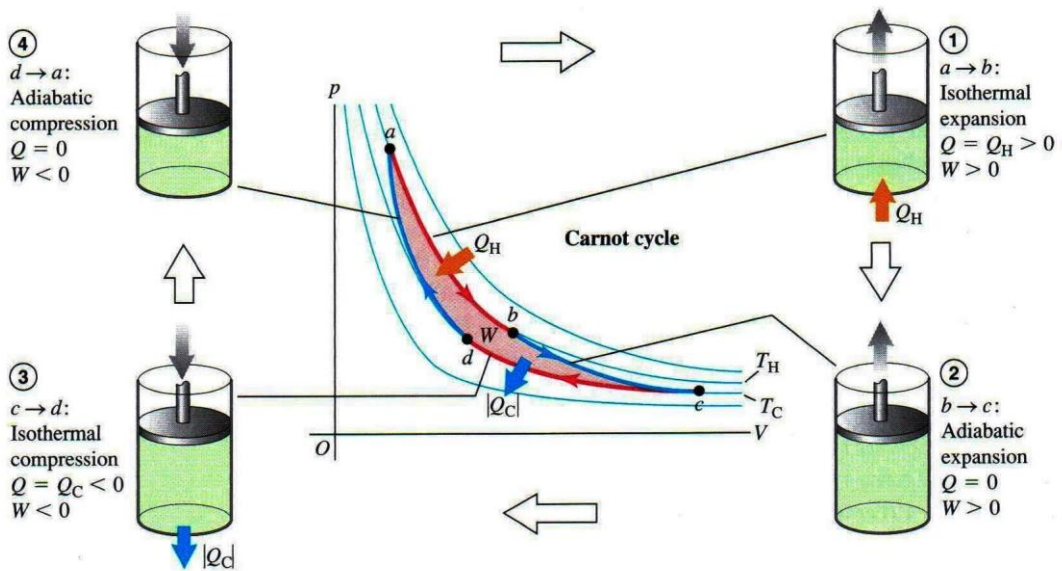
$$\eta' = \frac{T - T_{\text{მაც}}}{T} = 1 - \frac{T_{\text{მაც}}}{T}. \quad (20.2)$$

თუ ამ ორ ფორმულას გავუტოლებთ ერთმანეთს, მივიღებთ იდეალური და რეალური სითბური მანქანების მახასიათებლებს შორის კავშირს. დადგინდა, რომ კარნოს მანქანის მქკ ყოველთვის მეტია, ვიდრე რეალურის ($\eta' > \eta$)

$$\frac{Q_{\text{მაც}}}{Q} = \frac{T_{\text{მაც}}}{T}.$$

რადგან კარნოს იდეალურ მანქანას მაქსიმალური მქკ უნდა ჰქონდეს, მაქსიმალურად დიდი მუშაობა უნდა შესრულდეს გადაცემული სითბოს ხარჯზე. მაგრამ სითბოს გადაცემა შეუქცევადი პროცესია. მაშასადამე, მაქსიმალური მქკ-ს მისაღებად ჩვენ თავიდან უნდა ავირიდოთ ყველა შეუქცევადი პროცესი.

სითბოს გადაცემა სასრულო ტემპერატურათა სხვაობაზე შეუქცევადი პროცესია. ე.ი. კარნოს ციკლის დროს ტემპერატურათა სხვაობა არ უნდა იყოს სასრულო. როდესაც მანქანა იღებს სახურებლიდან სითბოს T ტემპერატურაზე, თვით მანქანაც ამ ტემპერატურაზე უნდა იყოს, და როდესაც ის გასცემს მაცივარს დარჩენილ სითბოს $T_{\text{მაც}}$ ტემპერატურაზე, მანქანას იგივე ტემპერატურა უნდა ჰქონდეს. მაშასადამე, სითბოცვლის ყოველი პროცესი იზოთერმულია როგორც T , ისე $T_{\text{მაც}}$ ტემპერატურაზე. ნებისმიერი პროცესის დროს, რომელიც მიმდინარეობს T და $T_{\text{მაც}}$ ტემპერატურებს შორის მყოფ რაიმე ტემპერატურაზე, არ უნდა ხდებოდეს სითბოცვლა თანამონაწილეებს (სახურებელი, მაცივარი) შორის ($Q = 0$), რადგან ეს უკვე შეუქცევად პროცესს ნიშნავს. ე.ი. ნებისმიერი პროცესი, რომლის დროსაც იცვლება სახურებლის T ტემპერატურა, ადიაბატურია.



სურ. 20.1. კარნოს ციკლი

20.1 სურათზე მოყვანილია კარნოს ციკლის გრაფიკული გამოსახვა.

შევაჯამოთ ჩვენი მსჯელობა:

- იდეალურ (კარნოს) ციკლში თითოეული პროცესი უნდა ან იზოთერმული იყოს ან ადიაბატური და, გარდა ამისა, პროცესის მთელი მსვლელობისას შენარჩუნებული უნდა იყოს თერმული და მექანიკური წონასწორობა ისე, რომ თითოეული პროცესი სრულიად შექცევადი იყოს.

20.3. თერმოდინამიკის მეორე კანონი. ენტროპია

ჩამოვყალიბოთ თერმოდინამიკის მეორე კანონი:

- ✓ შეუძლებელია ისეთი ციკლური პროცესი, რომლის ერთადერთი შედეგია ის, რომ წყაროდან მიღებული სითბოს რაოდენობა მთლიანად მოხმარდეს მუშაობის შესრულებას – კელვინ-პლანკის ფორმულირება.
- ✓ შეუძლებელია ისეთი ციკლური პროცესი, რომლის ერთადერთი შედეგი იქნება სხეულისგან სითბოს მიღება და მისი მთლიანად გადაცემა უფრო ცხელ სხეულზე (მეტი ტემპერატურის მქონე სხეულზე) – კლაუზიუსის ფორმულირება.

შემოვიღოთ თერმოდინამიკური ცვლადის – S ენტროპიის ცნება. ეს სტატისტიკური სიდიდეა, რომელიც ახასიათებს თერმოდინამიკური სისტემის გარკვეულ მდგომარეობას:

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad \int dS = 0 \quad (\mathcal{R}/K).$$

თერმოდინამიკის მეორე კანონი ენტროპიით შემდეგნაირად ფორმულირდება:

- ✓ ბუნებრივი თერმოდინამიკური პროცესი, რომელიც იწყება ერთი წონასწორული მდგომარეობით და სრულდება მეორით, მიმდინარეობს იმ მიმართულებით, რომელიც ზრდის სისტემის ენტროპიას.

აქვე მოვიყვანოთ ერნსტის თეორემა:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

- ✓ აბსოლუტური ტემპერატურის ნულისკენ სწრაფვისას ნებისმიერი სისტემის ენტროპია, მისი მდგომარეობის განურჩევლად, მიისწრაფვის ნულისკენ.

ეს არის თერმოდინამიკის მესამე კანონი.